ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 16 JANVIER 1911.

PRÉSIDENCE DE M. ARMAND GAUTIER.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

M. **B. Baillaud** présente à l'Académie le second fascicule du Tome VI des *Annales de l'Observatoire de Toulouse,* publié par M. E. Cosserat, directeur.

Ce fascicule contient une Étude de M. P. Caubet, calculateur à l'Observatoire de Toulouse, sur les principales inégalités du mouvement de la Lune qui dépendent de l'inclinaison.

M. Andoyer ayant mis en évidence et corrigé un certain nombre d'erreurs dans la théorie de Delaunay, M. P. Caubet en se bornant à la théorie solaire, c'est-à-dire aux perturbations produites par l'action du Soleil, a poursuivi la vérification des calculs de Delaunay. Son Mémoire est limité aux principaux termes qui dépendent de l'inclinaison. M. P. Caubet n'a trouvé que des erreurs de peu d'importance pratique, mais qui déparent la beauté de la théorie. D'autre part, il a calculé avec la même approximation, c'est-à-dire jusqu'au septième ordre, le logarithme du rayon vecteur et les trois coordonnées rectangulaires. Dans ce travail très ardu, M. Caubet a fait preuve d'une intelligence et d'une énergie bien dignes d'éloges.

GÉOMÉTRIE INFINITÉSIMALE. — *Sur les surfaces dont les normales touchent une quadrique.* Note de M. **C. Guichard**.

Soient M un point qui décrit une surface rapportée à ses lignes de courbure, MR et MS les tangentes principales, C et D les centres de courbure

correspondants et

$$\Delta = \begin{vmatrix} \alpha_1 & \alpha_2 & \alpha_3 \\ \beta_1 & \beta_2 & \beta_3 \\ \gamma_1 & \gamma_2 & \gamma_3 \end{vmatrix}$$

le déterminant de la représentation sphérique, a, b, m, n les rotations de ce déterminant. Je suppose que le point C se trouve sur la quadrique

$$\frac{X_1^2}{1-p_1^2} + \frac{X_2^2}{1-p_2^2} + X_3^2 = 1.$$

Soit q la distance de l'origine au plan CMS qui est tangent à la quadrique; β_1, β_2, β_3, q sont les coordonnées de ce plan et l'on a

$$(1) \qquad (1-p_1^2)\beta_1^2 + (1-p_2^2)\beta_2^2 + \beta_3^2 - q^2 = 0.$$

D'autre part β_1, β_2, β_3 et q sont solutions de l'équation

$$(2) \qquad \frac{\partial^2 \beta}{\partial u \, \partial v} = \frac{1}{n} \frac{\partial n}{\partial u} \frac{\partial \beta}{\partial v} + mn\beta.$$

Soient $m(\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3)$ la représentation sphérique de M, mr la tangente à la courbe de paramètre v, les cosinus directeurs de mr sont β_1, β_2, β_3. Faisons sur la sphère la transformation homographique

$$(3) \qquad y_1 = \sqrt{1-p_1^2}\,\alpha_1, \qquad y_2 = \sqrt{1-p_2^2}\,\alpha_2, \qquad y_3 = \alpha_3.$$

Le point m se transforme en un point μ situé sur la quadrique donnée; la tangente mr en une tangente $\mu\rho$ ayant pour paramètres directeurs

$$(4) \qquad \theta_1 = \sqrt{1-p_1^2}\,\beta_1, \qquad \theta_2 = \sqrt{1-p_2^2}\,\beta_2, \qquad \theta_3 = \beta_3.$$

θ_1, θ_2, θ_3 et q sont solutions de l'équation (2) et, comme

$$\theta_1^2 + \theta_2^2 + \theta_3^2 - q^2 = 0,$$

la droite $\mu\rho$ décrit une congruence de normales. On retombe donc sur un système analogue à celui qui a servi de point de départ. On en déduit le résultat suivant :

Si un point C *décrit une géodésique de la quadrique*

$$\frac{X_1^2}{1-p_1^2} + \frac{X_2^2}{1-p_2^2} + X_3^2 = 1,$$

et si α_1, α_2, α_3 *sont les cosinus directeurs de la tangente à la géodésique, le*

point μ qui a pour coordonnées

$$y_1 = \sqrt{1-p_1^2}\,\alpha_1, \qquad y_2 = \sqrt{1-p_2^2}\,\alpha_2, \qquad y_3 = \alpha_3,$$

décrit aussi une géodésique de cette quadrique.

On vérifie facilement que cette transformation est d'ordre 2.

On peut tirer d'autres conséquences de l'équation (1). Posons

$$(5) \qquad \beta'_1 = p_1\beta_1, \qquad \beta'_2 = p_1\beta_2, \qquad \beta'_3 = q.$$

Les β' satisfont à l'équation (2) et comme

$$\beta_1'^2 + \beta_2'^2 + \beta_3'^2 = 1,$$

β'_1, β'_2, β'_3 sont les cosinus directeurs de la tangente à un réseau O. On peut donc former un déterminant O,

$$\Delta' = \begin{vmatrix} \alpha'_1 & \alpha'_2 & \alpha'_3 \\ \beta'_1 & \beta'_2 & \beta'_3 \\ \gamma'_1 & \gamma'_2 & \gamma'_3 \end{vmatrix}.$$

Soient a', b', m', n' les rotations de ce déterminant. Puisque les β' satisfont à l'équation (2), on doit avoir

$$(6) \qquad n' = n\mathrm{V}, \qquad m' = m\frac{1}{\mathrm{V}},$$

V étant une fonction de v seul. En différentiant les équations (5) par rapport à v, on trouvera

$$(7) \qquad \mathrm{V}\gamma'_1 = p_1\gamma_1, \qquad \mathrm{V}\gamma'_2 = p_2\gamma_2.$$

On peut donc, quand la surface (M) est connue, déterminer tous les éléments du déterminant Δ'.

Soit maintenant θ un angle constant; on a

$$(8) \quad (\cos^2\theta + p_1^2\sin^2\theta)\,\beta_1^2 + (\cos^2\theta + p_2^2\sin^2\theta)\,\beta_2^2 + \cos^2\theta\,\beta_3^2 + \sin^2\theta\,\beta_2'^2 = 1.$$

Si l'on pose alors

$$(9) \qquad \xi_1 = \beta_1\sqrt{\cos^2\theta + p_1^2\sin^2\theta}, \qquad \xi_2 = \beta_2\sqrt{\cos\theta + p_2^2\sin^2\theta},$$
$$\xi_3 = \beta_3\cos\theta, \qquad \xi_4 = \beta'_3\sin\theta,$$

on aura

$$\xi_1^2 + \xi_2^2 + \xi_3^2 + \xi_4^2 = 1,$$

et comme les ξ satisfont à l'équation (2), on en déduit que ce sont les élé-

ments d'un déterminant O à quatre lignes

$$D = \begin{vmatrix} x_1 & x_2 & x_3 & x_4 \\ y_1 & y_2 & y_3 & y_4 \\ \xi_1 & \xi_2 & \xi_3 & \xi_4 \\ \eta_1 & \eta_2 & \eta_3 & \eta_4 \end{vmatrix}.$$

On a d'ailleurs

$$\sum\left(\frac{\partial\xi}{\partial v}\right)^2 = \cos^2\theta\sum\left(\frac{\partial\beta}{\partial v}\right)^2 + \sin^2\theta\sum\left(\frac{\partial\beta'}{\partial v}\right)^2 = n^2[\cos^2\theta + V^2\sin^2\theta] = n^2 V_1^2.$$

On en déduit les valeurs suivantes des η :

$$(10)\quad \left\{\begin{array}{ll} \eta_1 = \gamma_1 \dfrac{\sqrt{\cos^2\theta + p_1^2\sin^2\theta}}{V_1}, & \eta_2 = \gamma_2 \dfrac{\sqrt{\cos^2\theta + p_2^2\sin^2\theta}}{V_1}, \\ \eta_3 = \gamma_3 \dfrac{\cos\theta}{V_1}, & \eta_4 = \gamma'_3 \dfrac{V\sin\theta}{V_1}. \end{array}\right.$$

Ayant les deux dernières lignes de D, on en déduit les deux premières à l'aide d'une quadrature.

Des formules (9) on déduit

$$(11)\qquad \xi_1^2 \frac{(p_1^2 - 1)\sin^2\theta}{\cos^2\theta + p_1^2\sin^2\theta} + \xi_2^2 \frac{(p_2^2 - 1)\sin^2\theta}{\cos^2\theta + p_2^2\sin^2\theta} + \xi_3^2 \frac{-\sin^2\theta}{\cos^2\theta} + \xi_4^2 = 0$$

que j'écris sous la forme abrégée

$$(12)\qquad \frac{\xi_1^2}{\lambda_1^2} + \frac{\xi_2^2}{\lambda_2^2} + \frac{\xi_3^2}{\lambda_3^2} + \xi_4^2 = 0.$$

Si ω est un angle constant, je désigne par X_i les quantités

$$X_i = x_i\cos\omega + y_i\sin\omega.$$

On aura alors

$$\sum X_i^2 = 1, \qquad \frac{\partial X_i}{\partial u} = h\xi_i.$$

Faisons la transformation homographique

$$Y_1 = \frac{1}{\lambda_1}X_1, \qquad Y_2 = \frac{1}{\lambda_2}X_2, \qquad Y_3 = \frac{1}{\lambda_3}X_3, \qquad Y_4 = X_4,$$

on aura

$$(13)\qquad \lambda_1^2 Y_1^2 + \lambda_2^2 Y_2^2 + \lambda_3^2 Y_3^2 + Y_4^2 = 1 \qquad \text{et} \qquad \sum\left(\frac{\partial Y}{\partial u}\right)^2 = 0.$$

Le point qui a pour coordonnées Y_1, Y_2, Y_3, Y_4 se trouve sur une quadrique

et décrit un réseau dont une tangente est isotrope. On voit facilement qu'on obtient par cette méthode tous les réseaux qui possèdent cette propriété. Le point de l'espace à trois dimensions qui a pour coordonnées Y_1, Y_2, Y_3 décrit un réseau d'une surface des centres, iY_4 est le rayon de courbure correspondant. On a donc le résultat suivant :

La recherche des surfaces telles qu'entre les coordonnées Y_1, Y_2, Y_3 *d'un point d'une nappe de la surface des centres et le rayon de courbure correspondant* ρ *existe une relation du deuxième degré se ramène, à une quadrature près, à la recherche des géodésiques d'une quadrique.*

M. Darboux a déjà étudié les surfaces telles qu'il existe une relation entre Y_1, Y_2, Y_3, ρ.

Si maintenant on effectue sur la surface (M) la transformation homographique (3), la congruence MR se transforme en une congruence de normales M'R', le réseau D en un réseau D' harmonique à M'R'. On pourra donc trouver une déformée de D'. En particulier, si V est une constante, D' décrit une quadrique ; donc, *quand on connaît une surface de Liouville, on peut en déduire des déformées particulières de quadriques.*

GÉOMÉTRIE INFINITÉSIMALE. — *Remarque sur la Communication de M. Guichard.* Note de M. **Gaston Darboux.**

Dans la Note qu'on vient de lire, M. Guichard énonce, entre autres résultats intéressants, le suivant :

La recherche des surfaces telles qu'entre les coordonnées de l'un des centres de courbure principaux et le rayon de courbure correspondant existe une relation quelconque du deuxième degré se ramène, à une quadrature près, à la détermination des géodésiques d'une quadrique.

Cette belle proposition a ramené mon attention sur une théorie que j'avais développée en 1876 dans mon *Mémoire sur les solutions singulières des équations aux dérivées partielles du premier ordre* (*Mémoires des Savants étrangers*, t. XXVII, n° 2). J'y montre, comme conséquence d'une théorie générale, que si l'on veut obtenir toutes les surfaces pour lesquelles il y a une relation donnée

$$f(\alpha, \beta, \gamma, R) = 0, \tag{1}$$

entre les coordonnées α, β, γ du centre de courbure et le rayon de courbure R correspondant, on sera conduit à intégrer une équation aux dérivées partielles, qui sera du *premier* ordre seulement, et non du second ordre comme pourrait le faire supposer un examen superficiel de la question.

Cette équation aux dérivées partielles du premier ordre dont on fait dépendre la solution du problème peut même revêtir une forme élégante, si l'on raisonne comme il suit.

Il est clair que la surface cherchée serait pleinement déterminée si l'on connaissait une seconde relation

$$(2) \qquad \varphi(\alpha, \beta, \gamma, R) = 0$$

entre les coordonnées α, β, γ et le rayon R. Car il suffirait alors de prendre l'enveloppe de la sphère définie par l'équation

$$(x-\alpha)^2 + (y-\beta)^2 + (z-\gamma)^2 - R^2 = 0,$$

où α, β, γ, R seraient liés par les équations (1) et (2). Or j'ai donné l'équation du premier ordre à laquelle doit satisfaire la fonction φ. On peut l'écrire sous la forme très symétrique

$$(3) \quad \left(\frac{\partial f}{\partial\alpha}\frac{\partial\varphi}{\partial\alpha} + \frac{\partial f}{\partial\beta}\frac{\partial\varphi}{\partial\beta} + \frac{\partial f}{\partial\gamma}\frac{\partial\varphi}{\partial\gamma} - \frac{\partial f}{\partial R}\frac{\partial\varphi}{\partial R}\right)^2$$
$$= \left[\left(\frac{\partial f}{\partial\alpha}\right)^2 + \left(\frac{\partial\varphi}{\partial\beta}\right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial\gamma}\right)^2 - \left(\frac{\partial f}{\partial R}\right)^2\right]\left[\left(\frac{\partial\varphi}{\partial\alpha}\right)^2 + \left(\frac{\partial\varphi}{\partial\beta}\right)^2 + \left(\frac{\partial\varphi}{\partial\gamma}\right)^2 - \left(\frac{\partial\varphi}{\partial R}\right)^2\right].$$

D'après cela, supposons qu'on connaisse, dans l'espace à quatre dimensions engendré par le point de coordonnées α, β, γ, $R\sqrt{-1}$, un système orthogonal dont l'une des quatre familles comprenne la surface définie par l'équation (1). Soit

$$(4) \qquad d\alpha^2 + d\beta^2 + d\gamma^2 - dR^2 = H^2\,d\rho^2 + H_1^2\,d\rho_1^2 + H_2^2\,d\rho_2^2 + H_3^2\,d\rho_3^2$$

la formule qui donne l'élément linéaire de l'espace dans ce système quadruple.

Puisque la surface représentée par l'équation (1) fait partie d'une des familles qui composent le système, on pourra toujours supposer que son équation en coordonnées curvilignes soit

$$(5) \qquad \rho_3 = \text{const.},$$

et alors l'équation (3), où l'on pourra supposer

$$(6) \qquad \varphi = \mathcal{F}(\rho, \rho_1, \rho_2),$$

prendra la forme très simple

$$(7)\qquad \frac{1}{H^2}\left(\frac{\partial\varphi}{\partial\rho}\right)^2+\frac{1}{H_1^2}\left(\frac{\partial\varphi}{\partial\rho_1}\right)^2+\frac{1}{H_2^2}\left(\frac{\partial\varphi}{\partial\rho_2}\right)^2=0.$$

Les applications de ce résultat général sont nombreuses. Supposons d'abord, comme M. Guichard, que la relation (1) entre α, β, γ, R soit la plus générale du second degré. On sait que, dans tout espace à n dimensions, une surface du deuxième degré fait partie d'un système complètement orthogonal et qu'en particulier, dans un espace à quatre dimensions, on a pour les H_i les valeurs suivantes :

$$(8)\quad H_i^2=\frac{(\rho_i-\rho_k)(\rho_i-\rho_l)(\rho_i-\rho_m)}{f(\rho_i)}\qquad (i=0,1,2,3)\qquad (i\neq k\neq l\neq m),$$

où $f(\rho_i)$ désigne un polynome du quatrième degré. L'équation (7) deviendra donc ici

$$(9)\quad \frac{f(\rho)}{(\rho-\rho_1)(\rho-\rho_2)(\rho-\rho_3)}\left(\frac{\partial\varphi}{\partial\rho}\right)^2 + \frac{f(\rho_1)}{(\rho_1-\rho)(\rho_1-\rho_2)(\rho_1-\rho_3)}\left(\frac{\partial\varphi}{\partial\rho_1}\right)^2+\frac{f(\rho_2)}{(\rho_2-\rho)(\rho_2-\rho_1)(\rho_2-\rho_3)}\left(\frac{\partial\varphi}{\partial\rho_2}\right)^2=0,$$

et elle s'intégrera sans difficulté, car on pourra en écrire à vue une intégrale *complète*

$$(10)\qquad \varphi=\sum_{i=0}^{i=2}\int\sqrt{\frac{(A\rho_i+B)(\rho_i-\rho_3)}{f(\rho_i)}}\,d\rho_i+C,$$

A et B désignant deux constantes qu'il faudra joindre à celle qui est introduite par les quadratures.

Il n'y aura *rien* à changer à cette théorie, si l'on suppose que α, β, γ, R, au lieu d'être liés par une relation du deuxième degré, le soient par l'équation beaucoup plus générale

$$(11)\qquad (\alpha^2+\beta^2+\gamma^2-R^2)^2+u_1(\alpha^2+\beta^2+\gamma^2-R^2)+u_2=0,$$

où u_1 et u_2 désignent des polynomes qui sont respectivement du premier et du deuxième degré en α, β, γ, R.

On sait, en effet, que les surfaces définies par l'équation (11) font partie d'un système quadruple orthogonal, analogue à celui qui est formé par les cyclides dans l'espace à trois dimensions. Et l'on pourra garder la formule (10), sauf à y supposer que $f(\rho_i)$ est, cette fois, un polynome, non du quatrième, mais du sixième degré.

On voit qu'on obtient ainsi l'intégration complète d'une équation aux dérivées partielles qui dépend de 19 constantes.

En utilisant la célèbre transformation de Sophus Lie, on déduira du résultat précédent qu'on peut, par de simples quadratures, déterminer toutes les surfaces dont les tangentes asymptotiques de l'un des systèmes appartiennent à un complexe du deuxième ordre quelconque.

CORRESPONDANCE.

M. le Secrétaire perpétuel signale, parmi les pièces imprimées de la Correspondance :

1° *La vie et l'œuvre d'un astronome illustre : Jean-Virginius Schiaparelli*, par Aug. Collard.

2° *Leçons de Cristallographie*, par G. Friedel. (Présenté par M. Termier.)

3° *Caoutchouc et gutta-percha*, par E. Tassilly. (Présenté par M. A. Haller.)

THÉORIE DES NOMBRES. — *Sur les séries intégro-entières* (1). Note de M. E. Cahen, présentée par M. Émile Picard.

Les lois élémentaires qui régissent le calcul des entiers ordinaires ont été appliquées dans d'autres domaines et généralisées de bien des façons : calcul des nombres entiers suivant un module; calcul des polynomes entiers, des polynomes intégro-entiers; calcul de ces polynomes suivant un module; calcul suivant deux modules, l'un étant un nombre et l'autre un polynome (Kronecker); calcul des entiers imaginaires, des quaternions, des tableaux (Kronecker); calcul dans un domaine de rationalité; calcul des entiers algébriques, des entiers d'un domaine, etc.

Le nombre de ces généralisations peut être augmenté indéfiniment et il serait à souhaiter qu'on en fît une étude générale.

En entreprenant cette étude, j'ai été amené à une généralisation nouvelle, celle relative aux *séries entières à coefficients entiers* ou *intégro-entières*.

Une telle série peut être convergente ou divergente suivant la valeur de x,

(1) Nous traduisons par *intégro-entier* l'expression allemande *ganz ganzzählig*, entier à coefficients entiers.

mais en tout cas elle peut être considérée comme un symbole représentatif de la suite infinie de ses coefficients.

Les théories de l'*addition*, de la *soustraction*, de la *multiplication* s'y appliquent immédiatement.

Nous appellerons *module* d'une série $\Sigma a_n x^n$ la valeur absolue de a_0.

Nous appellerons *rang* d'une série l'indice de son premier coefficient non nul, de sorte qu'une série de rang > 0 a un module $= 0$ et réciproquement.

Le module d'un produit est égal au produit des modules, et le rang à la somme des rangs des facteurs.

Le rapport de deux séries intégro-entières est une série entière dont les coefficients sont en général fractionnaires. Ce rapport n'existe d'ailleurs pas si le rang du dénominateur est supérieur à celui du numérateur.

Nous dirons qu'une série *intégro-entière* est divisible par une autre lorsque le rapport de la première à la seconde a tous ses coefficients entiers. Cela arrive en particulier lorsque le module de la série diviseur est égal à 1. Une série dont le module est égal à 1 divise donc toute autre série. Nous dirons que c'est une série *unité*.

Deux séries qui ne diffèrent que par un facteur unité seront dites *associées*. Elles ont le même module.

Parmi toutes les associées d'une série il y en a une et une seule dont tous les coefficients sont $\geqq 0$ et plus petits que le module. Nous l'appellerons *réduite*.

Il existe une opération analogue à la *division avec reste*.

Étant données $\Sigma a_n x^n$ et $\Sigma b_n x^n$, on peut déterminer et d'une seule façon une série $\Sigma q_n x^n$ telle que $\Sigma a_n x^n - (\Sigma b_n x^n)(\Sigma q_n x^n)$ ait tous ses coefficients positifs ou nuls et plus petits que le module de $\Sigma b_n x^n$.

Cela conduit à un algorithme identique à celui du plus grand commun diviseur de deux nombres entiers. Seulement il peut arriver que dans le courant du calcul, on soit conduit à un reste dont le module soit nul sans qu'il soit nul lui-même. Il est facile de démontrer que l'on peut supprimer la puissance de x qui est en facteur dans ce reste, sans changer les diviseurs communs aux deux séries proposées; mais cette circonstance modifie certains résultats ultérieurs. Finalement l'algorithme conduit à un diviseur commun aux deux séries et qui est tel que tout commun diviseur aux deux séries soit un diviseur de celui-là. On l'appellera le *plus grand commun diviseur*.

Mais étant données deux séries A et B, de plus grand commun divi-

seur D, on ne peut pas toujours trouver deux séries U et V telles que $AU + BV = D$; on peut seulement trouver deux séries U et V et un entier $\alpha \geqq 0$, tel que $AU + BV = x^\alpha D$.

La plus petite valeur possible de α sera dite *le rang de jonction* de A et B.

Si deux séries identiques $\Sigma a_n x^n$ et $\Sigma b_n x^n$ ont des modules a_0, b_0 premiers entre eux, elles sont premières entre elles et leur rang de jonction est zéro.

Si a_0 et b_0 ne sont pas premiers entre eux, soit d leur plus grand commun diviseur; si $\frac{a_1 b_0 - b_1 a_0}{d}$ et d sont premiers entre eux, les séries sont premières entre elles et leur rang de jonction est 1.

On peut ainsi énoncer un théorème général.

Dans toutes ces questions de divisibilité, des séries associées sont considérées comme identiques.

L'étude de la forme $AX + BY$, A et B étant des séries données, X et Y des séries variables, se ramène au cas où A et B sont premières entre elles. Dans ce cas, si le rang de jonction de A et B est zéro, la forme peut représenter n'importe quelle série, c'est-à-dire qu'elle est équivalente à la forme X (résultat analogue à celui connu pour les nombres entiers). Mais si le rang de jonction de A et B n'est pas nul, cela n'est plus vrai; on peut seulement donner à $AX + BY$ une forme réduite, à savoir $dX + xY$ si le rang de jonction est 1 (d étant un entier $\neq 1$);

$$(de + fx)X + exY + x^2 Z \quad (d, e, f \text{ entiers}, e \neq 1)$$

si le rang de jonction est 2, etc.

On étudiera d'une façon analogue les formes linéaires à plus de deux variables.

Toute série qui n'a d'autre diviseur que ses associées et les unités sera dite *première*.

Toute série est décomposable, d'une seule façon, en facteurs premiers.

Lorsque le module d'une série est un nombre premier, cette série est première.

Lorsque le module d'une série est un nombre composé de plusieurs facteurs premiers différents, cette série se décompose en plusieurs facteurs.

Enfin, lorsque le module d'une série est une puissance d'un seul facteur premier, il peut arriver ou que la série soit première, ou qu'elle ne le soit pas, cela dépend de ses autres coefficients.

Soit par exemple une série $p^2 + a_1 x + a_2 x^2 + \ldots$ (p nombre premier $\neq 2$).

Il y a des séries de cette forme qui ne sont pas premières et qu'on obtient en multipliant deux séries dont les modules sont égaux à p.

Mais il y a des séries de cette forme qui sont premières, par exemple celles dans lesquelles le coefficient a_1 n'est pas divisible par p.

Si a_1 est divisible par p, soit $a_1 = p\alpha$; si $\alpha^2 - 4a_2$ n'est pas reste quadratique de p, la série est première, mais la réciproque n'est pas vraie. On ne peut pas, par un nombre fini de conditions entre les coefficients, exprimer que la série est décomposable.

On voit qu'il y aurait encore beaucoup de questions à élucider, celles relatives aux formes quadratiques en particulier.

Dans l'ensemble, le calcul des séries intégro-entières présente avec celui des nombres entiers des analogies et des différences suffisantes pour le rendre intéressant.

On peut enfin remarquer que ces séries forment un ensemble non dénombrable, même si l'on prend chacune d'elles sous sa forme réduite. Cette circonstance ne se présentait ni pour les polynomes intégro-entiers, ni pour les entiers d'un corps algébrique, ni pour aucune des généralisations connues, ayant une division analogue à la division avec reste des nombres entiers.

AÉRONAUTIQUE. — *Sur la stabilisation des aéroplanes au moyen de gyroscopes.* Note [1] de M. Girardville, présentée par M. H. Deslandres.

J'ai poursuivi pendant mon séjour au Laboratoire de recherches aérostatiques de Chalais-Meudon des études expérimentales ayant trait à la stabilisation des aéroplanes au moyen de gyroscopes.

Les gyroscopes employés ont été construits sur les dessins de M. Delaporte, ingénieur de la maison Breguet. La masse tournante pèse environ $5^{kg},800$. La vitesse de rotation peut atteindre sans inconvénient de 10000 à 12000 tours : minute, mais on s'est contenté de les faire tourner à une vitesse de 6000 tours qui a été reconnue suffisante.

On n'a pas cherché à utiliser directement, pour la stabilisation, l'inertie

(1) Présentée dans la séance du 9 janvier 1911.

des gyroscopes. Ceux-ci étaient seulement chargés de conduire automatiquement des gouvernails susceptibles de rétablir à chaque instant l'équilibre de la machine.

A cet effet, les gyroscopes étaient enfermés dans un carter susceptible d'osciller librement par le moyen de deux tourillons autour d'un axe perpendiculaire à l'axe de rotation. Si cet axe de tourillonnement est dirigé par exemple dans le sens de la marche de l'aéroplane, et si l'appareil tend à s'incliner en profondeur soit pour se cabrer, soit pour piquer vers le sol, le gyroscope réagit contre ce mouvement d'inclinaison en prenant un mouvement de précession autour de l'axe de tourillonnement. C'est ce mouvement de précession qu'on transmet au gouvernail de profondeur par des liaisons convenables.

On a effectué une première série d'expériences au point fixe en montant le système du gyroscope et du gouvernail sur une charpente oscillante comme une sorte de grand fléau de balance. Le gouvernail était exposé au vent de la soufflerie qui avait servi aux expériences du colonel Renard sur les modèles de dirigeables. Dans ces conditions, quand on dérangeait l'équilibre du système, soit en déplaçant des masses mobiles portées par le fléau, soit en exerçant des percussions sur le fléau lui-même, on voyait le gouvernail commandé par le gyroscope rétablir automatiquement l'équilibre.

Une deuxième série d'expériences a été faite en transportant l'ensemble du système au sommet de la tour Eiffel et en opérant dans des vents violents et souvent irréguliers de 12^m à 15^m par seconde. Les résultats ont été identiques à ceux obtenus dans le vent de la soufflerie.

Il convient de faire remarquer qu'au début de ces expériences on avait été arrêté par les phénomènes suivants : sous l'influence du système gouvernail-gyroscope le fléau prenait des mouvements d'oscillation de part et d'autre de sa position moyenne, mouvements d'amplitude croissante et qui pouvaient atteindre une grande violence. Ces effets ont été complètement éliminés en disposant sur le fléau un plan qui participait à ses mouvements en se déplaçant dans un réservoir plein d'eau, et qui éteignait les oscillations comme une sorte de frein hydraulique. Cette disposition a été prise sur le conseil de M. le capitaine Brianchon, qui travaillait alors au Laboratoire.

Après ces essais au point fixe, on a procédé à des expériences en vol libre en disposant les stabilisateurs gyroscopiques sur des modèles d'aéroplanes non montés, puis sur des aéroplanes montés mais sans moteurs. Les appareils ainsi équipés effectuaient des glissades par une méthode analogue à celle de Lilienthal, des frères Wright et du capitaine Ferber.

Ces essais ont d'abord montré que, même avec des modèles ayant 12^{m^2}

de surface portante seulement, les réactions de l'air sur la voilure suffisaient pour remplacer l'action du frein hydraulique, de telle façon qu'en vol libre les appareils ne prenaient, sous l'action du système gouvernail-gyroscope, aucun mouvement d'oscillation périodique sensible.

Il a été aussi fait de nombreuses expériences en vol libre, en dérangeant l'équilibre de la machine par des changements dans la répartition de la charge, et en opérant dans des vents souvent irréguliers. Les gouvernails gyroscopiques ont toujours manœuvré dans le sens convenable, et avec une efficacité suffisante pour rétablir l'équilibre.

A la suite de ces expériences, j'ai monté les stabilisateurs gyroscopiques sur des aéroplanes à moteur dont je poursuis, à l'Établissement d'aviation militaire de Vincennes, la mise au point commencée à Chalais. Ils m'ont rendu de constants services dans cette période de réglage et d'essais variés, toujours assez délicate.

Au cours des premières expériences, l'énergie des gyroscopes était entretenue par le moteur au moyen d'une transmission à flexibles et galets de friction. J'obtiens actuellement des résultats encourageants en substituant à ce dispositif une commande aérodynamique, dans laquelle on emprunte l'énergie nécessaire pour les gyroscopes à une hélice auxiliaire de petit diamètre, exposée directement au vent de l'hélice propulsive.

Au cours de ces différents travaux, j'ai eu comme assistant M. M. Bocandé. Les études relatives à l'installation de la commande aérodynamique des gyroscopes ont été effectuées avec le concours de M. le capitaine Conade, de l'Établissement d'aviation militaire de Vincennes.

PHYSIQUE. — *Sur l'échauffement singulier des fils minces de platine.* Note de M. **J.-A. Le Bel**, présentée par M. Armand Gautier.

On sait que la flamme d'un bec de Bunsen est capable de fondre un fil de platine de $0^{mm},02$ ou $0^{mm},03$, tandis qu'un fil plus gros ne fond pas. J'avais réussi à opérer cette fusion en employant au lieu d'une flamme un gros fil de platine roulé en spirale traversé par un courant énergique, et ceci m'a amené à mesurer l'échauffement d'une bobine de 5^{mm} de long sur 2^{mm} ou 3^{mm} de diamètre en fil mince de platine placé dans l'intérieur d'un cylindre métallique percé de part en part, chauffé électriquement ou au moyen d'un bain de plomb.

Un crayon en terre réfractaire à quatre trous porte deux thermomètres différentiels

de Le Chatelier. Dans le premier, le platine iridié forme un U dont la convexité est tournée vers le crayon et constitue avec les deux fils de platine une fourche dont les soudures forment les pointes, l'une d'elles portant la bobine; le galvanomètre indique la différence de température entre la bobine et la pointe nue. Dans l'autre circuit, le fil iridié est en longueur et les soudures sont placées à 15^{mm} environ en avant et en arrière des pointes de la fourche; ce second appareil fonctionne comme explorateur pour s'assurer que la température est égale des deux côtés. On atteint ce résultat en déplaçant le crayon jusqu'à ce que le galvanomètre marque zéro, ce qui correspond au maximum de température du chauffoir.

A ce moment le galvanomètre de la fourche, qui avait indiqué des différences dues à l'actinisme ayant environ le cinquième de la valeur des indications de l'explorateur, marque également zéro si l'enceinte n'a pas d'action spéciale, ce qui arrive avec le laiton recuit, le bronze et la porcelaine. Mais si l'on emploie un cylindre en cuivre ou une lame de nickel enroulée, on constate un excès d'échauffement de la bobine pouvant, à 500°, aller jusqu'à 0°,1.

Si l'on opère avec un appareil en cuivre neuf, on observe que jusqu'à 500° l'excès de température acquis par la bobine de fil fin de platine est proportionnel à la températnre du cylindre et se réduit à zéro à l'ambiante. Ceci permet de soupçonner que l'effet observé dépend de la chute de température dans le cylindre métallique. Pour le vérifier, on a placé, dans un tube de porcelaine chauffé par un fil enroulé uniformément, un cylindre métallique plus court et qui se trouvait tantôt au centre, tantôt de façon à ce qu'un des bouts voie le jour. Dans ce dernier cas la chute de température dans le métal est certainement plus forte et néanmoins la bobine ne s'échauffe que moitié moins que dans le second cas; le phénomène dépend donc du mode de décroissance de la température mais sans être proportionnel à la chute.

Dans une autre expérience, on a chauffé seulement les deux extrémités du cylindre métallique et l'on a constaté que la température était presque uniforme au centre; or l'effet avait totalement disparu; il paraît donc dépendre seulement de la rapidité de la décroissance au maximum de la courbe de température, autrement dit il est inverse du rayon de courbure. Cette expérience prouve aussi que ce n'est pas l'effet direct du recuit qui serait la cause du phénomène, car le recuit se produit quel que soit le dispositif. Cependant si l'on chauffe à 500° pendant 3 semaines un cylindre de cuivre, il perd la propriété d'échauffer la bobine. Au bout de 10 jours il n'a pas recouvré sensiblement son activité première.

Le cuivre et quelques autres métaux émettent, à chaud, des vapeurs

auxquelles on pourrait attribuer les effets observés; pour mettre le crayon à l'abri de l'influence des vapeurs, je l'ai entouré d'un tube en verre d'Iéna qui traversait de part en part le cylindre de métal; or, la déviation observée n'a diminué que d'un dixième environ de ce qu'elle était auparavant. On a constaté une diminution analogue avec une gaine de mica enroulée sur le crayon ou avec un petit capuchon de verre placé sur la bobine. Comme le verre est imperméable aux vapeurs, on peut conclure que le phénomène de caléfaction observé est dû à un rayonnement.

J'ai constaté que ce rayonnement traverse la plupart des lames métalliques de moins de $0^{mm},5$ et l'on peut, sans inconvénient, protéger les thermomètres différentiels avec une gaine de nickel mince enfilée sur l'extrémité du crayon. Mais les métaux nobles sont moins transparents, ce qui résulte déjà de la possibilité de mettre le rayonnement en évidence par une bobine de platine. Celle en palladium donne des chiffres égaux; mais l'or est déjà moins actif. Quant au cylindre-chauffoir, s'il n'a qu'une épaisseur de $0^{mm},5$, on n'observe rien; avec 2^{mm} on a la moitié; au delà de 6^{mm}, l'effet de caléfaction du fil de platine est total.

Je me réserve de continuer l'étude des rayons issus des masses métalliques inégalement chauffées, rayons qui, par leur pouvoir pénétrant, ressemblent à ceux qui paraissent produire l'échauffement des roches.

PHYSIQUE. — *Sur la sensibilité des mesures interférentielles et les moyens de l'accroître : appareils interférentiels à pénombres.* Note de M. **A. Cotton**, présentée par M. J. Violle.

Les appareils qui servent à mesurer les pouvoirs rotatoires et ceux (tout à fait analogues) qui servent à mesurer les biréfringences sont en réalité, comme l'on sait, des appareils d'interférence; les deux faisceaux, qui suivent pratiquement la même route, propagent sur une partie de ce trajet soit des vibrations circulaires inverses, soit des vibrations rectilignes à angle droit. Ces *appareils d'interférence en lumière polarisée* ont une très grande sensibilité. Il est facile, par exemple, d'avoir un polarimètre sensible à une minute d'arc : on met alors en évidence une différence de marche inférieure à $\frac{\lambda}{10000}$. On peut aller plus loin, atteindre $\frac{\lambda}{20000}$ ou même moins encore, avec des sources de lumière bien choisies et des précautions convenables.

Au contraire, avec les *appareils d'interférence ordinaires* où les deux fais-

ceaux (je ne considérerai que le cas de deux faisceaux seulement) ne sont pas polarisés, ou bien sont polarisés de la même manière, il est déjà difficile d'atteindre à coup sûr $\frac{1}{100}$ de longueur d'onde. Pourquoi ces appareils sont-ils, au moins, cent fois moins sensibles que les précédents? Il y a, en premier lieu, une raison d'ordre pratique : on voit sans peine que les surfaces, limitant les milieux traversés, doivent être travaillées avec plus de perfection que dans le cas des interférences en lumière polarisée; les deux faisceaux interférents sont séparés et ne traversent plus les mêmes parties de ces surfaces. Il faudra aussi éviter avec plus de soin les variations accidentelles (de température par exemple), en s'efforçant de faire en sorte qu'elles soient lentes et qu'elles s'exercent autant que possible de la même façon sur les trajets des deux faisceaux.

Mais il y a une autre raison, tenant aux procédés employés eux-mêmes, qu'il est bon de signaler. *Si les appareils polarimétriques* (ou analogues) *sont plus sensibles, c'est aussi parce qu'on ramène la constatation de la différence de marche à une opération photométrique faite dans de meilleures conditions.* Dans les cas où l'on observe des franges, on les observe autrement. On ne se borne pas, comme dans les appareils d'interférence ordinaires, à l'emploi d'un simple réticule avec lequel on ramène en coïncidence la frange observée; on emploie une frange coupée dont les deux parties sont amenées à coïncider; ou bien on place la frange entre *deux* fils ou deux traits parallèles. En outre, avec les appareils les plus employés aujourd'hui, ce ne sont plus des franges proprement dites qu'on observe, mais des *pénombres*, c'est-à-dire des plages uniformes sur toute l'étendue observée, séparées par une ligne que l'on s'efforce de rendre très fine. La sensibilité des divers appareils à pénombres employés dans les mêmes conditions, ainsi que l'a montré Tuckerman dans une étude intéressante [1], dépend surtout de l'aspect de cette ligne de séparation, et aussi du rôle joué par la lumière parasite.

En s'inspirant alors de ces procédés employés pour les mesures de biréfringence ou de pouvoir rotatoire, on peut indiquer des moyens de rendre plus sensibles les appareils ordinaires d'interférence. Voici en particulier deux solutions qui permettraient d'en faire des appareils à pénombres, et pour lesquelles j'espère pouvoir faire construire les appareils nécessaires :

La première solution est celle à laquelle on arrive en cherchant à ramener une mesure interférentielle à la mesure d'une biréfringence. On est alors conduit à em-

---

[1] L.-B. Tuckerman, *University of Nebraska Studies*, t. IX, avril 1909, n° 2.

ployer un appareil que M. Brillouin [1] a imaginé et fait construire dans un but différent (pour la mesure, avec un appareil *portatif*, de très petites déviations angulaires d'un équipage suspendu à un fil). Mais on prendra des spaths plus épais pour avoir entre les deux faisceaux un écart suffisant; on remplacera la lumière blanche (puisqu'il ne s'agit plus d'observations à faire en campagne) par un faisceau sensiblement monochromatique; enfin, au compensateur de Babinet, on substituera un bon analyseur à pénombres (de Brace ou de Chauvin).

Une deuxième solution consiste à modifier légèrement l'interféromètre de Michelson : la surface de l'un des deux miroirs argentés, sur laquelle on mettra au point, sera formée de deux parties m_1, m_2 parallèles, mais *très légèrement en retrait*, d'une quantité ε, l'une par rapport à l'autre. On arrivera, par exemple, à ce résultat en attaquant soit l'argenture du miroir, prise suffisamment épaisse, soit le verre lui-même [expériences de lord Rayleigh [2] sur l'action de l'acide fluorhydrique].

L'appareil ayant été réglé (par l'élargissement progressif des franges localisées) de façon que l'image de l'autre miroir (plan de référence) soit parallèle à m_1, m_2, on pourra, par le jeu du compensateur, éteindre (si les deux faisceaux ont bien la même intensité) successivement les deux moitiés m_1, m_2 du champ. Entre ces deux positions extrêmes se trouvera une position donnant l'égalité des pénombres, position qui sera déterminée avec une grande précision, comme le montre un calcul très simple, si la valeur de ε peut être prise assez petite.

Ici encore, les remarques faites à propos des mesures polarimétriques resteront valables : il faudra éviter autant que possible toute lumière parasite (diffusée ou réfléchie). La difficulté la plus sérieuse réside dans le travail des surfaces : il ne faut pas pourtant se l'exagérer, des portions assez petites peuvent en effet être utilisées. D'ailleurs, on ne doit pas l'oublier, à tout progrès des appareils interférentiels correspond un progrès possible dans l'exécution des surfaces optiques.

PHYSIQUE. — *Résistance au mouvement dans un fluide de petits corps non sphériques*. Note de M. **Jacques Boselli**, présentée par M. J. Violle.

On sait que d'après Stokes une sphère de rayon R animée d'une vitesse uniforme w dans un liquide de viscosité η éprouve une résistance ayant pour

(1) M. Brillouin, *Mesure des très petits angles de rotation* (*Comptes rendus*, t. 137, 1903, p. 786); *Mémoire sur l'ellipticité du géoïde dans le tunnel du Simplon* (*Savants étrangers*, t. XXXIII, n° 3). — En réglant convenablement l'écart des repères entourant la frange, M. Brillouin, même avec une source peu intense, atteint $\frac{1}{200}$ de frange.

(2) L. Rayleigh, *Phil. Mag.*, t. XV, 1908, p. 554.

expression $6\pi\eta R\varpi$ et que, par suite, si le mouvement de la sphère est dû à la pesanteur, on a la relation

$$(1) \qquad Vg(D - D_1) = 6\pi R\eta\varpi,$$

V étant le volume de la sphère, D sa masse spécifique et D_1 celle du liquide. Cette relation paraît s'appliquer même à de petites sphères qu'anime le mouvement brownien. M. J. Perrin (*Comptes rendus*, t. 147, 1908, p. 475) a en effet vérifié que la loi de Stokes convient dans un liquide pour R de l'ordre du $\frac{1}{10}$ de micron.

Il nous a semblé intéressant sur son conseil d'étudier expérimentalement la chute de corps microscopiques non sphériques ; nous avons choisi les globules rouges du sang en suspension dans des solutions aqueuses isotoniques [1]. Ces globules ont la forme de disques elliptiques et renflés au milieu chez les Oiseaux, circulaires et déprimés au milieu chez presque tous les Mammifères ; quand ces globules tombent dans un liquide visqueux, la force due à la pesanteur est toujours représentée par le premier membre de (1) ; on peut faire l'hypothèse qu'au moins en première approximation, la résistance est proportionnelle à la viscosité du liquide ; par suite l'équation de la chute est de la forme

$$(2) \qquad Vg(D - D_1) = \eta\varpi A,$$

où tous les termes, sauf A, peuvent être mesurés.

Nous avons étudié des globules de lapin (disques circulaires sans noyau) et de poule (disques elliptiques avec noyau) en suspension dans des solutions isotoniques de NaCl et de saccharose (le sérum avait été entièrement éliminé par des centrifugations).

La vitesse de chute a été mesurée, comme l'a fait M. J. Perrin pour les grains de gomme-gutte ; la suspension de globules était placée dans des tubes de $0^{cm},15$ de diamètre intérieur, placés verticalement dans un thermostat à eau à $30°,8$. Le liquide, d'abord coloré sur toute sa hauteur, se décolorait progressivement dans les couches supérieures ; on mesurait après un temps que l'on notait la distance de la surface libre au niveau de séparation des parties colorée et incolore du liquide. Pour mesurer la densité des globules, nous avons employé la méthode suivante :

On prépare une série de tubes à essai contenant des mélanges CCl^4 + huile de

---

(1) Ces suspensions sont suffisamment homogènes ; en outre, nous avons vérifié au microscope qu'à la dilution employée, les globules ne se mettaient pas en pile et, par suite, tombaient séparément.

vaseline de densités croissantes et l'on verse dans chaque tube un peu d'une suspension de globules; puis on centrifuge tous ces tubes. On peut obtenir ainsi deux tubes contenant deux mélanges CCl^4 + huile, de densités très voisines, présentant l'aspect suivant : dans l'un, au-dessus du mélange CCl^4 + huile, on voit une couche de solution isotonique colorée en rouge vif par les globules; dans l'autre, cette couche est entièrement décolorée, les globules ayant traversé la surface de séparation des deux liquides et étant au fond du tube.

Nous avons ainsi trouvé D égal à 1,070 pour les globules de lapin et à 1,072 pour ceux de poule.

Le volume moyen d'un globule était mesuré en pesant dans un flacon à densité de volume U une suspension concentrée de globules; le poids $(U - x)D_1 + xD$ de la suspension permet de calculer le volume total x occupé par les globules; une numération microscopique donne le volume moyen d'un globule; ce volume est de $55,4 \times 10^{-12}$ pour les globules de lapin et de 121×10^{-12} pour ceux de poule.

Les autres données nécessaires pour calculer A sont les suivantes :

	Globules de lapin (Na Cl).	Globules de lapin (saccharose).	Globules de poule. (Na Cl).
$D - D_1$	$6,92 \times 10^{-2}$	$5,65 \times 10^{-2}$	$7,12 \times 10^{-2}$
η	$8,076 \times 10^{-3}$	$8,612 \times 10^{-3}$	$8,076 \times 10^{-3}$
w	$1,59 \times 10^{-4}$	$1,19 \times 10^{-4}$	$2,94 \times 10^{-4}$

De toutes ces données on tire pour A les valeurs suivantes :

Globules de lapin dans solution Na Cl	$A = 2,92 \times 10^{-3}$
» » » saccharose	3×10^{-3}
» de poule » Na Cl	$3,6 \times 10^{-3}$

On voit que la valeur de A est la même, qu'on étudie une suspension de globules de lapin dans une solution isotonique de Na Cl ou de saccharose, ce qui confirme notre hypothèse d'après laquelle la vitesse de chute est, toutes choses égales, inversement proportionnelle à la viscosité.

Il peut paraître intéressant de comparer la valeur de A avec le diamètre d du disque circulaire constitué par un globule de lapin. D'après nos mesures au micromètre, la valeur moyenne de d était $7,08 \times 10^{-4}$; le rapport $\frac{A}{d}$ est donc 4,18. Dans le cas d'une sphère, le rapport analogue est

$$\frac{6\pi R}{2R} = 9,4.$$

Le rayon d'une sphère de même densité qu'un globule et tombant avec la même vitesse, toutes choses égales, est $2,90 \times 10^{-4}$.

Bien que les globules de poule et de lapin ne soient pas tout à fait de même forme, nous comparerons les rapports des valeurs de A correspondantes et des diamètres moyens : le diamètre moyen d'un globule de poule étant défini la valeur moyenne $9,3 \times 10^{-4}$ du grand diamètre moyen de l'ellipse $11,4 \times 10^{-4}$ et du petit diamètre moyen $7,3 \times 10^{-4}$.

Le rapport des valeurs de A est $\frac{3,6}{3} = 1,2$ et le rapport des diamètres moyens $\frac{9,3}{7,08} = 1,31$. Nous voyons ici une analogie avec le cas de la sphère; en effet les deux rapports précédents sont peu différents et, par suite, il est permis de supposer que le terme A de la formule (2) soit proportionnel au diamètre d'un disque, de même que le second membre de (1) est proportionnel à R.

PHYSIQUE. — *Sur la radiation du sulfate de quinine, ionisation et luminescence.* Note de MM. **de Broglie** et **L. Brizard**, présentée par M. E. Bouty.

G. Le Bon [1] a montré que le sulfate de quinine a le pouvoir de décharger un électroscope placé dans le voisinage, quand il est chauffé ou qu'il se refroidit après une chauffe ; en même temps, le sel est phosphorescent et subit des variations d'hydratation.

Miss Gates [2] a examiné les conditions de cette conductibilité, et trouvé que la radiation émise par les sulfates de quinine, de cinchonine, etc., est d'un caractère très absorbable, en même temps que liée à l'hydratation.

L'ionisation de l'air situé entre les plateaux d'un condensateur qui contient la substance active est plus forte quand cette dernière est au plateau positif et ne présente pas de tendance à la saturation, même pour des champs intenses. Kalähne [3] a obtenu des résultats qui confirment les précédents, et trouvé notamment que dans l'hydrogène le courant est plus fort que dans l'air ou le gaz carbonique.

La question de l'origine et de la nature de ces phénomènes est encore bien obscure; les différences profondes qui les séparent de la radioactivité ont été signalées dès le début, et le rôle de la lumière ultraviolette, un

(1) G. Le Bon, *Comptes rendus*, 1900.
(2) Miss Gates, *Physical Review*, 1904, 1906, 1907.
(3) *Annalen der Physik*, 1905.

instant soupçonné, ne paraît pas devoir être confirmé. Nous avons fait quelques recherches, qui nous conduisent aux résultats suivants :

1. *Phénomènes électriques.* — Les mesures obtenues en plaçant le sel entre les plateaux d'un condensateur ne conduisent pas à l'obtention d'une courbe de saturation ; si l'on dispose la substance à une certaine distance au-dessous du plateau inférieur constitué par une toile métallique, la conductibilité s'observe encore, ce qui élimine l'influence possible d'une convection; de plus, la courbe reliant le courant au champ se rapproche d'une courbe de saturation. En faisant varier la distance de la matière au condensateur, on observe des résultats qui s'interprètent bien par une diffusion vers le condensateur d'une couche d'air ionisé partant du sel, et ne paraissent pas d'accord avec l'hypothèse d'une radiation s'étendant à une distance finie.

D'autre part, l'étude du gaz ionisé obtenu en faisant passer un courant d'air sur une galette de sel actif, gâché avec du plâtre pour éviter les poussières, montre l'existence d'une recombinaison rapide; ce fait paraît bien indiquer que l'absence de saturation dans l'expérience où le sel est à l'intérieur du condensateur provient, non pas d'une faible mobilité des ions positifs et négatifs présents, mais de leur répartition en une couche très mince à la surface de la matière.

2. *Action de la pression et de la nature du gaz ambiant.* — En réduisant la pression dans une cloche que renferme le condensateur et le sulfate en voie d'hydratation, les phénomènes électriques et lumineux sont, pendant toute la durée de l'expérience, beaucoup plus marqués que dans l'air ordinaire, et cela dans des conditions où des pesées précises nous ont montré que l'hydratation n'était pas plus active (par exemple : un poids de $0^{g},550$ de sel placé dans l'air avait repris toute son humidité moins 2^{mg} et un échantillon analogue dans le gaz raréfié avait repris dans le même temps 1^{mg} *de moins*).

C'est surtout lorsque la pression est déjà relativement très diminuée et de l'ordre de $\frac{1}{10}$ d'atmosphère que les effets observés augmentent notablement.

En opérant dans de l'hydrogène à la pression ordinaire, au lieu de raréfier l'air, on obtient des résultats analogues, mais moins marqués.

L'augmentation d'intensité des phénomènes électriques pourrait s'expliquer par une diffusion plus rapide de la couche de gaz ionisé avoisinant le sel; mais on ne rendrait pas compte ainsi de l'accroissement de luminosité. Les deux ordres de manifestations électrique et lumineuse semblent plutôt liées à une cause commune, dépendant de la pression et de la nature du gaz et susceptible de varier même quand les conditions de vitesse d'hydratation restent semblables.

3. *Phénomènes lumineux.* — En examinant dans l'obscurité du sulfate de quinine finement pulvérisé, en voie d'hydratation, on observe une lueur continue; avec du sel primitivement en cristaux plus gros, il se produit des phénomènes de scintillation qui peuvent être très brillants, par exemple en chauffant pendant une demi-heure dans une étuve à 120° une petite quantité de sulfate de cinchonine et la laissant refroidir à l'air, on peut voir à la loupe une multitude d'éclairs rappelant l'aspect du spinthariscope; à pression réduite, le nombre des points brillants s'accroît notablement.

D'autre part, les substances étudiées sont triboluminescentes et, pendant l'hydratation, on entend souvent des bruits secs, dus à des décrépitations, qui s'accompagnent de projections, parfois très visibles, avec des particules cristallines de dimensions

suffisantes; il paraît hors de doute que les changements de volume dus à la variation d'hydratation provoquent la rupture et conséquemment la triboluminescence des cristaux.

Conclusion. — Sans qu'on puisse considérer cette explication comme autre chose qu'une hypothèse de travail, on est amené à penser que les faits observés s'expliquent bien en admettant que les scintillations visibles et même la lueur continue, qui peut n'être qu'une scintillation non résolue, sont dues à de petites décharges électriques produites au moment de la brusque rupture des cristaux soumis à des efforts brisants.

L'ionisation du gaz au voisinage du sel et sa nature dissymétrique ([1]), les effets lumineux ainsi que le rôle de la nature et de la pression du gaz, l'influence de la grosseur des cristaux et la fatigue du phénomène répété un grand nombre de fois sur le même échantillon se conçoivent bien avec cette manière de voir.

Cette idée se rapproche de l'interprétation donnée par M. Tommasina ([2]) pour la scintillation de la blende en présence des rayons α ([3]).

CHIMIE MINÉRALE. — *Sur l'or brun.* Note ([4]) de M. **Hanriot**, présentée par M. Armand Gautier.

Dans une Note précédente j'ai désigné, sous le nom d'*or brun*, l'or très divisé qu'on obtient en attaquant par un acide un alliage d'or et d'argent. Soumis à l'action de la chaleur, il change de couleur en même temps qu'il subit un retrait considérable. Le retrait n'est pas brusque et n'arrive à sa valeur définitive qu'au bout de 5 à 6 heures. Ainsi une lame, chauffée à température constante, m'a donné :

Temps.	Retraits.
1h	6,25
2	9
4	11,7
5	11,7
7	12,5
8h 30m	12,5

([1]) La décharge est un phénomène dissymétrique et l'ionisation des gaz d'étincelle renferme généralement un excès d'ions d'un signe ou de l'autre suivant les conditions.

([2]) *Comptes rendus*, 1903.

([3]) Voir aussi M. L. Matout, *Le Radium*, 1905.

([4]) Présentée dans la séance du 9 janvier 1911.

Dans les expériences qui vont suivre, le retrait à une température donnée sera donc exprimé par le retrait limite, celui qui a lieu pour un temps de chauffe suffisamment prolongé.

Influence de la température. — Le retrait de la lame pendant l'attaque par l'acide nitrique ne dépend que de la composition initiale de l'alliage; il reste le même si l'attaque a lieu à 60°, 80° ou à 100°. Si l'on élève la température de la lame jusque vers 250°, elle ne change pas de longueur, mais à partir de 250° et jusque vers 500°, le retrait devient considérable. Il redevient faible au-dessus de cette température tout en continuant jusqu'au voisinage du point de fusion.

Voici les chiffres fournis par trois lames de même composition :

Températures.	1.	2.	3.
100°	21,2	20,7	20,07
200	21,3	20,9	20,3
300	27,5	29,5	31
400	34	34,4	35
500	36,7	36,7	37,7
700	39,5	39,6	40,7
950	40,8	40,9	41,6

On voit que de telles lames ont sensiblement le même retrait.

Influence de l'épaisseur. — L'influence de l'épaisseur est nulle; elle n'agit ni sur la limite du retrait, ni sur sa durée. L'exemple que voici a trait à 2 lames de même composition portées de 500° à 650° :

	Épaisseurs.	
Temps de chauffe.	0m,4.	0m,1.
Début	37,1	37,1
1 heure	37,8	37,8
2 heures	38,6	37,8
4 »	39,5	38,6
5 »	39,5	39,3
7 »	40	40

La seule remarque à faire, c'est que les lames les plus épaisses doivent être chauffées plus longtemps avec l'acide nitrique pour enlever l'argent aussi complètement qu'aux lames minces.

Le retrait a donc lieu en tous sens, ce qui permet de calculer le changement de volume à toute température.

Influence du mode de chauffe. — J'ai dit que le retrait dépendait de la température maxima à laquelle la lame avait été portée. Or, cette température peut être atteinte

brusquement ou par un chauffage lent et progressif. Les chiffres suivants se rapportent à des lames deux à deux de même composition, dont la première a été lentement (2 jours) portée à 700°, tandis que l'autre a été chauffée brusquement à cette température :

Temps de chauffe à 900°.	Alliage de 1 partie or et 3 parties argent.		Alliage de 1 partie or et 3,5 parties argent.	
1 heure.........	42,4	40,6	43,9	41,7
2 heures........	42,5	41,3	44,1	42,4
5 »	42,5	41,9	44,1	43,4
7 »	42,5	41,9	44,1	43,4

La limite du retrait est donc sensiblement la même dans les deux cas, mais les lames qui avaient été chauffées antérieurement à 700° ont beaucoup plus vite atteint cette limite que celles qui ont été portées brusquement à 900°.

Influence de la composition de l'alliage initial. — On a vu que la composition de l'alliage or-argent qui sert à préparer les lames d'or brun avait une influence prépondérante sur le retrait pendant l'attaque par les acides. Elle en a une également sur le retrait par la chaleur, mais inverse de la précédente, c'est-à-dire que les retraits, fort différents après le passage dans l'acide, tendent à se rapprocher quand on chauffe les lames, et arriveraient à se confondre au moment de la fusion :

Composition de l'alliage...	1 Au. 3,5 Ag.	1 Au. 3 Ag.	1 Au. 2,5 Ag.	1 Au. 2 Ag.	1 Au. 1,5 Ag.	1 Au. 1 Ag.
Dans l'acide..........	24	20,7	13,2	9,05	1,6	0,4
150°................	24	20,7	13,2	9,05	1,6	0,4
200°................	24	21	13,5	10,35	1,6	0,4
300°................	38,2	29,4	27,3	24	9,9	2,2
500°................	41,8	37,3	37,4	33,2	18,9	8,4
700°................	43,7	40,2	38,1	37,2	26,1	14,5
950°................	44,5	41	38,1	37,2	29,6	18,1

Ainsi pour les deux lames 1 et 4, l'écart, qui était de 15 après passage à l'acide, n'est plus que de 7 après l'action de la chaleur.

Influence des impuretés et du recuit. — On a dit que le défaut de recuit entraîne la présence constante d'une certaine quantité d'argent dans les lames, en sorte qu'il devient difficile de préciser si les perturbations dans le retrait que l'on constate dans les lames mal recuites tient à leur état physique ou à la petite quantité d'argent que l'on y trouve. Nous avons préparé trois lames avec le même alliage et les avons attaquées par l'acide dans les mêmes conditions, seulement la première lame avait subi

deux recuits, l'un pendant le laminage et l'autre à la fin; la deuxième lame n'avait eu que le recuit final et la troisième pas de recuit.

	2 recuits.	1 recuit.	Pas de recuit.
Retrait dans l'acide........	21,2	19,5	5,8
» 150°.............	21,2	19,5	6,38
» 200°.............	21,3	19,6	7,46
» 300°.............	27,5	26,7	22,7
» 500°.............	36,7	35,9	25,3
» 600°.............	39	37,2	25,7
» 950°.............	40,8	37,2	25,7
Teneur en argent	0,0001	0,00028	0,0035

On voit que l'écart considérable qui existait entre les retraits des lames après passage à l'acide reste sensiblement le même après l'action de la chaleur.

CHIMIE MINÉRALE. — *Sur un nouvel élément qui accompagne le lutécium et le scandium dans les terres de la gadolinite : le celtium.* Note de M. G. **Urbain**, présentée par M. A. Haller.

La plupart des terres rares qui ont fait l'objet de mes recherches dans ces dernières années provenaient d'un grand traitement de xénotime. De l'ytterbium extrait de ces terres, j'ai pu isoler approximativement un élément nouveau, le lutécium. Mais j'ai dû arrêter mes purifications, faute de matière.

J'ai traité depuis des terres de la gadolinite afin d'augmenter ma provision de lutécium. En poursuivant les fractionnements de ces terres par la cristallisation des nitrates dans l'acide nitrique de densité 1,3, j'ai obtenu après de très nombreuses cristallisations quelques gouttes d'une eau mère qui se refusait à cristalliser.

Des impuretés de toutes sortes, provenant soit des vases, soit des réactifs, s'accumulent nécessairement dans des eaux mères successives. J'ai fait différents traitements de ces eaux mères, par l'hydrogène sulfuré, l'ammoniaque et l'acide oxalique, de manière à éliminer tout ce qui, dans cette substance, n'appartenait pas au groupe des terres rares. J'ai examiné ensuite la terre purifiée et parfaitement blanche.

La mesure du coefficient d'aimantation de cet oxyde m'a donné la valeur $4,1 \times 10^{-6}$ remarquablement basse. Mes meilleurs oxydes de lutécium

extrait du xénotime ont des coefficients d'aimantation trois à quatre fois plus élevés.

L'analyse spectrographique révèle dans cette substance, outre la présence du lutécium et d'une trace de néoytterbium, celle du scandium et celle de traces négligeables de calcium et de magnésium. Le scandium se trouvait certainement en trop faible quantité dans cette terre pour diminuer, à un tel point, le paramagnétisme de l'oxyde de lutécium. L'abaissement du magnétisme devait être attribué à quelque autre substance.

En comparant ce spectre avec ceux du lutécium, du xénotime, du néoytterbium et du scandium, il me resta un assez grand nombre de raies parmi lesquelles s'en trouvaient d'extrêmement intenses. Après avoir mesuré ces raies, j'en ai comparé les longueurs d'onde, successivement, avec celles des raies des spectres d'arc de tous les corps connus. Je n'ai pu observer ainsi que des coïncidences fortuites qui se sont toutes évanouies par un examen plus approfondi.

Les principales raies de ce spectre d'arc, comprises entre $\lambda = 2450$ et $\lambda = 3700$, limites entre lesquelles ont porté mes mesures, sont les suivantes :

2459,4 moyenne;
2469,3 moyenne;
2481,6 assez forte;
2536,9 assez forte;
2677,7 moyenne;
2685,2 très forte;
2729,1 forte;
2737,9 moyenne;
2765,8 très forte;
2834,3 assez forte;
2837,3 assez forte;
2845,2 forte;
2870,2 moyenne;
2885,1 assez forte;
2903,9 assez forte;
2931,7 moyenne;
2949,5 assez forte;
3080,7 très forte;
3118,6 très forte;
3171,4 forte;
3197,9 très forte;
3326,0 assez forte;
3391,5 forte;
3665,6 moyenne.

Le chlorure de cette terre est un peu plus volatil que le chlorure de lutécium et moins volatil que le chlorure de scandium.

Son hydroxyde est une base plus faible que l'oxyde de lutécium et plus forte que l'oxyde de scandium.

L'ensemble des autres caractères rapproche également cette terre du lutécium et du scandium.

Comme l'identité de cette terre nouvelle n'est pas douteuse et que je l'ai obtenue en somme dans un grand état de concentration, je propose de donner à l'élément qui lui correspond le nom de *celtium* avec le symbole Ct.

Il est très remarquable que ce celtium n'existe pas (ou du moins n'existe qu'à l'état de traces infimes) dans les terres du xénotime, car j'ai pu relever, dans le lutécium extrait de ce minéral, la présence des plus fortes de ces raies.

MINÉRALOGIE. — *Sur le gisement métallifère du Gebel Roussas (Égypte).* Note de M. R. **Fourtau**, présentée par M. A. Lacroix.

Je viens d'avoir l'occasion, au cours d'un voyage d'études, de visiter le gîte métallifère du Gebel Roussas, situé sur le littoral de la mer Rouge à 110^{km} au sud de Kosseir, par 34°42′ de longitude Est de Greenwich et par 25°17′ de latitude Nord.

A près de 5^{km} du rivage actuel, sur la bande littorale qui, des derniers contreforts du massif archéen du Gebel Igli, descend vers la mer Rouge avec une pente générale assez régulière de $0^m,02$ par mètre, l'on trouve, aux environs de la cote + 100, deux mamelons hauts de 15^m et longs de 130^m désignés depuis longtemps par les Ababdehs (nomades habitant le nord de l'Etbaye entre la vallée du Nil et la mer Rouge), sous le nom de *Gebel Roussas* ou *montagne du plomb*.

Les travaux de recherches entrepris depuis un an par M. Joseph-André Zahar, le concessionnaire actuel de cette mine, m'ont permis d'y constater la présence de quatre niveaux fortement minéralisés séparés par des couches à faible minéralisation.

Une coupe dirigée du NNO au SSE les montre se continuant avec un pendage de 5° environ sur près de 1^{km} et une coupe perpendiculaire à la première y fait voir un anticlinal assez prononcé dont le sommet serait sur l'axe longitudinal des mamelons.

De haut en bas, la coupe de ce gisement peut s'établir ainsi qu'il suit :

A. Couche détritique; cailloutis d'érosion du massif archéen englobés dans un sable à éléments granitiques et quartzeux : 3^m à 4^m.

B. Couche d'hématite et de silicate de fer formant le chapeau de la mine : $0^m,05$.

C. Premier niveau métallisé. Calcaire siliceux contenant 17 pour 100 de zinc, soit 32,7 pour 100 de $ZnCO^3$, avec, par places, des rognons de calamine ($H^2Zn^2SiO^5$) (il y a environ 1 pour 100 de plomb à l'état de $PbCO^3$ et de fortes traces de fer) : $0^m,40$.

D. Marnes argileuses vertes, fissiles, contenant de 6 à 10 pour 100 de zinc : 4^m à 5^m.

E. Deuxième niveau métallisé. Couche de calamine terreuse (86 pour 100 de $H^4Zn^3CO^3$) avec traces de cérusite et de protoxydes de fer et de manganèse : $0^m,60$.

F. Marnes argileuses vertes, colorées par places de plaques rouges de zincite (ZnO) et contenant des lentilles de limonite zincifère (25 pour 100 de Zn). La teneur en zinc des marnes varie entre 10 et 17 pour 100 : 3^m à $3^m,50$.

G. Troisième niveau métallisé. Complexe de zinconise avec géodes de smithsonite empâtant d'énormes amas amygdaloïdes de galène auréolés de cérusite. Certaines parties contiennent aussi de fortes proportions de manganèse et de fer. On y voit des enduits de franklinite et des dendrites de Wad : $1^m,50$ à 2^m.

H. Marnes argileuses comme F : 5^m à 6^m.

I. Quatrième niveau métallisé. Zinconise de couleur chocolat avec amas de galène auréolés de cérusite et par places d'assez grandes poches de cérusite : $0^m,50$.

J. Sables et grès quartzeux, rougeâtres, avec des layons blancs, formant le mur actuel de la mine. Hauteur visible : 3^m.

Cette venue métallifère me paraît d'origine très récente et doit, à mon avis, être synchronisée avec les dislocations qui ont amené l'effondrement de la fosse érythréenne vers le milieu du Pliocène. Les marnes et les calcaires métallisés appartiennent, sans conteste, au sommet du Néocrétacique (Dordonien et Danien) dont les formations fossilifères se rencontrent encore au sud de Kosseir et forment, en arrière des plages soulevées, le littoral de la mer Rouge depuis l'entrée du golfe de Suez.

Les masses gypseuses qui entourent Gebel Roussas nous montrent clairement la genèse de ce gisement. Nous avons affaire à une double substitution, incomplète pour le plomb et complète pour le zinc, produite par une venue sulfurée acide au contact du complexe marno-calcaire que je viens de décrire sommairement.

On constate d'ailleurs la présence, au sein des marnes zincifères, de nombreux filons de gypse fibreux qui viennent à l'appui de cette théorie, que confirme encore l'existence, au sein du troisième niveau métallisé, de nombreuses pseudomorphoses de calcite en smithsonite. Il apparaît donc que les eaux superficielles n'ont eu qu'un rôle très secondaire dans la genèse de ce gisement, rôle qui a dû se borner à la formation des hydrocarbonates.

Enfin, jusqu'à ce jour, on n'a pas signalé la présence de la blende dans le gîte de Gebel Roussas.

PHYSIOLOGIE. — *Sur le résonateur buccal.* Note de MM. **Melchissédec** et **Frossard**, présentée par M. A. Dastre.

La voix chantée est formée par deux sortes de vibrations :

1° Des vibrations émises par le larynx;

2° Des vibrations harmoniques dues au résonateur et qui donnent le timbre et l'éclat.

Lorsque l'air sort du poumon et passe à travers la glotte pour former un son, il est animé d'une énergie cinétique $\left(\frac{1}{2}MV^2\right)$.

Cette énergie est utilisée à trois objets :

1° Une portion est dépensée pour la vibration du larynx;

2° Une partie est employée à la mise en vibration du résonateur buccal;

3° Une portion est perdue pour le chant; elle est employée à faire sortir l'air de la bouche.

Si l'on assimile ce mécanisme à celui d'une turbine, on dira que le fluide qui actionne la turbine doit sortir avec une vitesse minima après avoir travaillé, pour que le rendement soit maximum.

Comme la quantité d'air est constante, on peut écrire

$$\frac{1}{2}MV^2 = \frac{1}{2}M(v + v' + v'').$$

On ne peut améliorer l'utilisation de cette énergie qu'en diminuant v'', quantité nuisible, et par conséquent en augmentant les deux autres.

Or, le terme en v' est sous notre contrôle. En effet, le résonateur buccal peut être assimilé à une timbale d'harmonie si l'on suppose que, pour chaque son émis, la caisse fixe de la timbale soit représentée par la portion squelettique du résonateur et la peau tendue sur la caisse par les plans musculaires vocaux. De même que de l'utilisation aussi complète que possible de la force vive du fluide potentiel dans la turbine dépend la vitesse à la sortie, de même, si nous utilisons l'énergie en v', nous diminuerons la vitesse v''.

Dans la timbale, on a deux moyens de l'améliorer :

1° En faisant varier le volume de la caisse fixe (pour la hauteur);

2° En tendant plus ou moins la membrane (pour la hauteur et le timbre).

Il en est de même pour la bouche. On peut améliorer le résonateur buccal de deux façons semblables :

1° En lui donnant une dimension en rapport avec la hauteur du son à émettre ;

2° En tendant, c'est-à-dire en *contractant les muscles* formant les plans de la cavité bucco-laryngienne. En effet, si l'on remarque que le larynx monte d'autant plus que la note à donner est plus aiguë en réduisant la cavité laryngienne, il y a un moment où cela ne suffit plus et où il faut diminuer la cavité résonnante par d'autres moyens. On peut le faire en rapprochant les commissures des lèvres, tout en ouvrant la bouche. Pour des notes variables suivant les sujets, la bouche a son ouverture maxima, et cependant pour chanter il faut monter encore. C'est alors que, si l'on ne

modifie pas la tension des muscles vocaux, le résonateur n'est plus accordé, il ne fonctionne plus, et la vibration laryngienne subsiste seule en donnant ce qu'on appelle improprement : *la voix de tête*.

Si, donnant la *voix laryngienne*, on contracte suffisamment les muscles vocaux, on la transforme en voix de poitrine dès que le résonateur est accordé.

Il existe donc deux variétés de voix :

1° La *voix laryngienne* ou voix non renforcée, *non timbrée ;*

2° La *voix timbrée* qui ne dépend que des dimensions du résonateur et de la tension des muscles-parois de ce résonateur. La transformation de la voix timbrée en voix non timbrée forme ce qu'on appelle les *passages ;* ils sont variables avec chaque genre de voix (ténors, barytons, basses, sopranos, mezzosopranos, contraltos). Or, ils n'existent pas si l'on tend les muscles progressivement et proportionnellement à la hauteur du son.

Mais, si les plans du résonateur sont modifiés favorablement et si, appuyant la langue contre les dents inférieures, on donne un point d'appui fixe aux muscles releveurs du larynx et on lui permet ainsi de monter au maximum, l'utilisation de la force vive est meilleure et, par conséquent, la dépense moindre pour une même production de travail.

Donc la masse d'air nécessaire à ce travail doit diminuer; l'utilisation de l'air (capacité vitale) doit avoir lieu en un temps plus long; la durée de l'expiration doit augmenter; et la vitesse v'' doit tendre vers zéro.

L'expérience confirme cette théorie.

1° Des mesures faites sur de nombreux sujets, il résulte que lorsqu'on contracte, en chantant, les muscles vocaux convenablement, la durée de l'expiration croît *du simple au triple ;*

2° La vitesse de l'air expiré diminue *du simple au tiers*.

Nous avons mesuré cette vitesse de la façon suivante : un anémomètre Daloz où nous avons remplacé la sphère de métal par un cylindre de papier de soie très léger est placé à 5^{cm} par exemple de la bouche du chanteur. Le cylindre, suspendu à un fil, se déplace devant une règle graduée qui donne, immédiatement et par simple lecture, les tangentes des angles décrits. Un observateur placé devant l'appareil note les divisions découvertes par la projection du cylindre.

Dans ces conditions, si, en relâchant les muscles, on chante une note, on enregistre une déviation de $\tan g \alpha = 0,5$, par exemple. Si, donnant la même note avec une intensité égale, on contracte les muscles vocaux, on enregistre une nouvelle valeur de $\tan g \alpha$ variant entre $0,1$ et $0,5$.

Ces résultats sont essentiels pour l'art du chant.

En effet :

1° La durée de l'expiration augmentant, il n'y a plus de respiration intempestive au milieu d'une phrase. De tout temps, les instrumentistes exécutent sans arrêt ce que les chanteurs coupent en 3 ou 4 fragments;

2° Les passages sont supprimés et la voix de tête n'existe plus si la tension des parois du résonateur est suffisante;

3° Le son est timbré partout;

4° Dès que le résonateur est accordé, les pianos et les *forte* qui ne dépendent que du larynx se font avec la même facilité.

PHYSIOLOGIE. — *Isolement de l'antithrombine hépatique. Description de quelques-unes de ses propriétés.* Note de MM. **M. Doyon**, **A. Morel** et **A. Policard**, présentée par M. A. Dastre.

I. On sait que le sang normal ou peptoné, qui a circulé dans un foie isolé et lavé, présente des propriétés antithrombiques.

Les résultats sont les mêmes avec un foie lavé et durci préalablement à plusieurs reprises dans la neige carbonique (Doyon).

II. Nous sommes arrivés à extraire et à caractériser chimiquement l'antithrombine hépatique produite dans ces conditions.

La démonstration comporte les temps suivants :

Préparation du sang à antithrombine :

On lave à fond, au sérum physiologique, un foie de chien isolé; on le conserve soit quelques heures à la température du laboratoire, soit un jour dans la neige carbonique. Après dégel on fait circuler dans l'organe, une ou plusieurs fois, le sang carotidien d'un autre chien qui a reçu préalablement une injection de peptone. Ce sang entraîne l'antithrombine hépatique.

On l'en retirera de la manière suivante :

L'antithrombine est dans le plasma :

On sépare par centrifugation le plasma des globules rouges. Pour constater les propriétés antithrombiques du plasma, on y ajoute partie égale de sang artériel de chien normal; on constate qu'il n'y a pas de coagulation appréciable de celui-ci même après 24 heures.

L'antithrombine n'est pas détruite ou précipitée par chauffage du plasma à $+ 100^{\circ}$:

Le plasma tel quel, légèrement alcalin par conséquent, est chauffé à + 100° au bain-marie pendant 10 minutes. Le liquide, séparé du précipité par centrifugation, se montre fortement anticoagulant. Ces faits confirment les constatations antérieures de Delezenne sur le plasma de peptone hépatique.

Le précipité n'entraîne pas d'antithrombine, car après épuisement par un liquide alcalin ([1]), il ne confère pas à celui-ci les propriétés anticoagulantes.

L'antithrombine est précipitée à + 100° en milieu acide :

Le plasma, chauffé à 100° et débarrassé du précipité par centrifugation, est acidifié légèrement par l'acide acétique et chauffé 10 minutes à 100°. L'antithrombine est entraînée dans le nouveau précipité produit dans ces conditions. En effet, le liquide surnageant ramené à la légère alcalinité du plasma primitif, se montre inactif.

L'antithrombine ainsi précipitée peut être redissoute en milieu alcalin :

Le précipité, épuisé par l'eau alcaline ([1]), laisse passer dans celle-ci une substance qui lui vient des constituants des noyaux cellulaires.

L'antithrombine n'est pas altérée par le vide; séchée, elle résiste à + 105°.

III. Ajoutons que, si l'on fait circuler à travers le foie lavé (sans employer la peptone) une solution faiblement alcaline, on entraîne l'antithrombine. Toutefois, l'action de cette substance sur le sang est masquée par l'action de substances antagonistes (coagulines) entraînées parallèlement par la solution. Ces coagulines peuvent être éliminées soit par la chaleur, soit par le vieillissement.

CHIMIE BIOLOGIQUE. — *Sur l'hémoglobine comme peroxydase.* Note de MM. **Gabriel Bertrand** et **F. Rogoziński**, présentée par M. E. Roux.

L'un de nous ayant fait observer, en 1904, que les réactions colorées fournies par le sang en présence d'eau oxygénée ou d'essence vieille de térébenthine étaient dues à l'existence d'une peroxydase dans les globules ([2]), Moitessier crut devoir opposer à cette interprétation le fait, déjà constaté, que les solutions sanguines bouillies donnaient encore nettement les réactions colorées et il ajouta, à la suite d'expériences personnelles, qu'il fallait attribuer ces réactions à l'hémoglobine ou plutôt à l'héma-

---

([1]) Formule : eau, 1000; chlorure de sodium, 6g; carbonate de soude cristallisé, 8g à 10g.

([2]) Gabriel Bertrand, *Bull. Inst. Pasteur*, t. II, p. 398.

tine (¹) : ce à quoi il fut alors répondu que la résistance à la chaleur n'était pas une objection et que rien ne s'opposait à ce qu'on puisse considérer l'hémoglobine, ou l'hématine, comme une peroxydase (²).

Les expériences publiées dans la suite par Lesser, von Czyhlarz et von Fürth, Buckmaster, Batelli et Stern, etc., ont montré la part de vérité contenue dans cette interprétation qui fait de la matière colorante du sang une véritable diastase cristallisée. D'après ces expériences, l'oxyhémoglobine se comporte comme une peroxydase : en présence de l'eau oxygénée, elle bleuit la résine de guayac, oxyde l'aloïne, la leucobase du vert malachite, etc.; en présence du peroxyde d'éthyle, elle libère l'iode de l'iodure de potassium; mais elle est plus stable vis-à-vis de la chaleur et des réactifs que les peroxydases animales ou végétales. Tout récemment encore, Wolff et de Stoecklin ont observé que l'oxyhémoglobine cristallisée manifeste des propriétés peroxydasiques très nettes quand on la fait agir en solution additionnée de phosphate acide de sodium ou, surtout, de citrate disodique (³).

Comment expliquer cette intervention de la matière colorante du sang? On sait que l'hémoglobine fixe et perd alternativement l'oxygène avec une grande facilité et cela, pense-t-on généralement, à cause du fer qu'elle renferme. Est-ce par cet oxygène faiblement lié que l'hémoglobine intervient dans la réaction catalytique? Pour le savoir, nous avons profité de ce que l'hémoglobine peut, et d'une manière plus stable, fixer d'autres gaz que l'oxygène; nous avons préparé à l'état pur et cristallisé l'oxyhémoglobine, la carboxyhémoglobine et la cyanhydrohémoglobine, puis nous avons cherché si les deux dernières de ces combinaisons réagissent sur les réactifs en présence de l'eau oxygénée de la même façon que la première.

L'oxyhémoglobine a été extraite du sang oxalaté de cheval. Après deux lavages à l'eau salée physiologique, les globules ont été plasmolysés dans l'eau tiède à + 40°; la solution centrifugée a été placée dans la glace et additionnée du quart de son volume d'alcool. Les cristaux ont ensuite été purifiés par dissolution dans l'eau pure, refroidissement et addition d'alcool. On a effectué en tout quatre cristallisations.

La carboxyhémoglobine a été préparée en saturant d'oxyde de carbone une solution d'oxyhémoglobine cristallisée de premier jet, puis faisant cristalliser par le froid et l'alcool. Afin d'être plus sûr de la pureté, on a recristallisé la combinaison en la traitant encore une fois de la même manière.

(¹) *Comptes rendus Soc. de Biologie*, t. LVII, 1904, p. 373.
(²) Gabriel Bertrand, *Bull. Inst. Pasteur*, t. III, 1905, p. 36.
(³) *Comptes rendus*, t. 151, 1910, p. 483.

Quant à la cyanhydrohémoglobine, on l'a obtenue en abandonnant plusieurs heures à l'étuve à + 40° une solution d'oxyhémoglobine cristallisée, additionnée d'un petit excès d'acide cyanhydrique, jusqu'à disparition complète du spectre de l'oxyhémoglobine, puis on a filtré et cristallisé dans la glace avec addition d'alcool. La combinaison a été aussi recristallisée, mais sans addition d'acide cyanhydrique.

Pour les expériences, on a agité chacune des combinaisons, préalablement séchées dans le vide, avec 1000 fois son poids d'eau ; on a filtré, puis on a évaporé une partie des liquides pour connaître la proportion des substances dissoutes. On a ajouté ensuite assez d'eau pour obtenir des dilutions de titres connus.

Mélangeant alors $0^{cm^3},5$ de chacune des dilutions avec 1^{cm^3} de solution de gayacol à 2 pour 100 et 3 gouttes d'eau oxygénée à 1 pour 100 en volume, on a constaté que l'on pouvait encore obtenir la production de tétragayacoquinone, décelée par une coloration rose du liquide, même lorsque les dilutions employées étaient au $\frac{1}{10000}$. Avec la carboxyhémoglobine, transformable en oxyhémoglobine par le contact de l'oxygène libre, on a pris la précaution d'effectuer les expériences, non pas avec de l'eau pure, mais avec de l'eau saturée d'oxyde de carbone.

En adoptant, comme point de repère, la coloration obtenue après 5 minutes, on a trouvé que le pouvoir catalytique de chacune des combinaisons était exactement le même [1].

Le remplacement du gayacol par la résine de gayac a donné lieu à des observations identiques.

Enfin, bien que la stabilité de la cyanhydrohémoglobine ait été vérifiée par l'analyse :

		Pour 100.
Fe^2O^3 (par calcination)	0,494	0,499
Acide cyanhydrique [2]	0,141	0,155

et par la pureté de son spectre d'absorption en solution aqueuse, nous avons cru nécessaire de répéter l'expérience en faisant agir la combinaison sanguine sur le gayacol et l'eau oxygénée, dans un petit appareil spécial relié à la trompe à mercure, en l'absence aussi complète que possible de l'oxygène libre. L'oxydation du gayacol a encore eu lieu à la dilution indiquée plus haut.

Si l'hémoglobine possède les réactions fondamentales des peroxydases,

---

(1) Le chauffage à l'ébullition ne diminue pas sensiblement ce pouvoir catalytique.

(2) En distillant un gramme de substance en poudre avec de l'acide sulfurique à 10 pour 100 dans un appareil de Schlœsing et titrant d'après Denigès avec une solution de nitrate d'argent centinormale.

ce n'est donc pas, comme il était permis de le supposer, à sa fonction respiratoire qu'elle les doit; ce ne peut être qu'à un mode d'action banale, mais encore indéterminé, du fer qu'elle renferme dans sa molécule.

ANATOMIE GÉNÉRALE. — *Autotomie et régénération du corps et des élytres chez les Polynoïdiens; conservation d'une disposition numérique complexe.* Note de M. **Aug. Michel**, présentée par M. Henneguy.

Ces observations ont été faites au Croisic sur *Halosydna gelatinosa* et *Lagisca extenuata*.

L'autotomie du corps ou des élytres est facile à provoquer sur l'animal entier, mais elle n'a presque plus lieu sur l'animal privé de tête. Ce fait montre que le phénomène est bien autotomique et non dû à une simple fragilité : pour les élytres d'*H. gelatinosa*, il suffit de retenir par un élytre l'animal entier, ou réduit par section à sa partie antérieure, pour qu'il abandonne immédiatement cet élytre, tandis que sur la partie postérieure détachée il est souvent impossible de l'arracher intact; d'autre part, sur un animal fatigué par l'autotomie répétée d'un certain nombre d'élytres, cette autotomie devient plus difficile, pour reprendre après repos. De même pour le corps, la brisure est provoquée par une pression même modérée, et n'a pas lieu nécessairement au point pressé, mais plus en avant immédiatement devant un anneau à élytres; sur d'assez nombreux individus observés, je n'ai trouvé à cette règle aucune exception chez *H. gelatinosa*, trois seulement chez *L. extenuata*.

La régénération caudale a toujours lieu, comme chez la plupart des Annélides, et la régénération des élytres est particulièrement facile : de simples fragments vivent longtemps et régénèrent la queue, mais non la tête, et, même réduits à quelques anneaux et peu viables, s'empressent de reformer les élytres enlevés; le mauvais état d'un animal captif, aprés avoir provoqué la chute des élytres, n'empêche pas leur reconstitution, alors que les cirres ne repoussent que dans de bonnes conditions.

Très rapide est la restauration des élytres : l'extrémité du pédoncule, dont les bords se sont resserrés et plissés, déjà 1 jour (pendant l'été) après la chute, porte, surtout du côté postéro-externe, un rebord plat, alors qu'au centre la plaie s'est fermée; après 2 jours, le nouvel élytre a ordinairement la moitié, quelquefois plus, du diamètre d'un élytre normal, et, après 5 jours, il est complètement reconstitué. Pour le développement de la queue, repérons à partir de la section (approximativement et plutôt d'après la région postérieure) par l'état d'avancement (l'été) des élytres successifs :

le pygidium avec le début des cirres anaux s'étant montré 2 jours après, le premier élytre apparaît sous forme globuleuse après 3 à 4 jours, puis s'allonge en arrière, prend après 7 à 10 jours la forme d'un disque excentrique encore relativement épais, enfin à 2 semaines il a déjà le tiers ou la moitié d'un élytre normal; le 2e élytre se distingue en moyenne au 6e jour, le 3e à une semaine, le 4e à deux semaines, etc.

Ces régénérations de la queue ou des élytres peuvent se produire plusieurs fois de suite sur le même animal : par des recoupes j'ai pu obtenir trois régénérations successives de la queue, mais de plus en plus lentes et finalement limitées par les mauvaises conditions de la captivité.

Le nombre d'anneaux régénérés est très variable et sans rapport avec le nombre d'anneaux enlevés; même dans la nature, on trouve des animaux dont le régénérat reconnaissable, mais paraissant achevé, ne restaure qu'un corps anormalement court; d'ailleurs, on rencontre aussi des individus de petite taille générale qui, bien que leur accroissement semble terminé, au lieu du nombre habituel de 40 à 44 anneaux sétigères, n'en ont qu'une trentaine.

Par contre, au point de vue de la disposition des anneaux, la régénération, loin de présenter des caractères hypotypiques, reproduit toujours (sans aucune exception dans mes observations assez nombreuses) le type numérique normal avec ses particularités dans la répartition respective des anneaux à élytres et des anneaux à cirres : du 5e au 23e anneau sétigère, les élytres sont de 2 en 2, et sur les anneaux impairs, du 23e au 32e chez *L. extenuata*, au 38e chez *H. gelatinosa*, ils sont de 3 en 3; chez *H. gelatinosa* seulement, les 38e et 39e, bien que voisins, ont tous deux des élytres, les derniers du corps; or, sur le régénérat aussi, le changement de rythme se fait toujours au point voulu, y compris le voisinage des deux derniers anneaux à élytres, que la section ait été faite dans la région antérieure, dans la région postérieure, entre ces deux anneaux, ou enfin dans la région extrême sans élytres. On ne peut même pas invoquer pour cette fidèle reconstitution une conséquence de l'autotomie ménageant un anneau à élytre en tête du régénérat : car, outre la différence de rythme suivant la région, dans les trois cas exceptionnels cités où, chez *L. extenuata*, la rupture ne s'était pas produite immédiatement devant un anneau à élytre, le premier anneau régénéré ne possédait pas non plus d'élytres, mais, ici encore, les anneaux régénérés étaient, dès le premier, ce qu'ils devaient être pour continuer, d'accord avec la partie du corps conservée, la disposition normale. Ainsi, d'une part, la réparation générale du tout, malgré la grandeur de son effet, n'est pas nécessaire; mais, d'autre part, dans la partie res-

taurée, la réalisation semble fatale de détails infimes, et même sans raison apparente, puisqu'on ne voit pas pourquoi, les conditions semblant rester identiques, les anneaux successifs diffèrent, ou pourquoi, tout au moins, la période de leurs variations ne reste pas la même; contradiction bien connue dans les mystères de la morphogénie et de l'hérédité, mais accentuée ici par la simplicité de la disposition et de la genèse métamériques.

CYTOLOGIE. — *Sur les cinèses somatiques chez* Endymion nutans. Note de MM. **J. Granier** et **L. Boule**, présentée par M. Guignard.

Les phénomènes de division présentent, chez *Endymion nutans*, quelques particularités remarquables qui font l'objet de notre étude. Nous avons retardé la publication détaillée de nos résultats en vue d'un travail d'ensemble, portant à la fois sur les cinèses somatiques et sur les cinèses sexuelles. Les points principaux en sont cependant déjà suffisamment fixés pour que nous puissions les signaler dès maintenant.

Les phénomènes que nous allons décrire dans cette Communication se rapportent aux cinèses de la racine. Le caractère le plus important de ces cinèses consiste dans la précocité de la division longitudinale des chromosomes.

Cette division s'ébauche dès la fin de la métaphase; elle s'accentue durant le mouvement anaphasique et persiste, très nette, pendant toute la durée du tassement polaire. Au sortir du tassement, les chromosomes deviennent très longs et très grêles; des anastomoses transversales unissent l'une à l'autre, de distance en distance, leurs deux branches jumelles, et celles-ci présentent à leur tour des adhérences plus ou moins nombreuses avec les branches jumelles de chromosomes voisins. Il en résulte un réseau très serré où l'on a peine, souvent, à reconnaître les individualités chromosomiques des stades antérieurs. Toutefois, la persistance du parallélisme entre les branches sœurs permet assez fréquemment de les identifier avec les moitiés longitudinales des chromosomes anaphasiques.

Le clivage longitudinal n'est donc pas, chez *Endymion nutans*, un phénomène prophasique, comme chez le *Trillium* (Grégoire et Wygaerts, 1903) et l'*Allium* (Grégoire, 1906).

Nous pouvons d'ailleurs, dès maintenant, affirmer que la précocité de la division longitudinale n'est pas spéciale à l'*Endymion*; nous l'avons observée, et au même stade que chez *Endymion nutans*, chez *Galtonia* et *Hyacinthus orientalis*.

Hof (1898) avait déjà signalé l'existence d'un clivage longitudinal anté-

rieur à la prophase; mais pour cet auteur le phénomène ne se produirait qu'à la télophase de la division précédente. Il se produit bien plus tôt chez *Endymion nutans*. Bonnevie dit avoir observé le même fait dans la racine d'*Allium*. Dans cet objet, le clivage longitudinal serait un phénomène anaphasique. A ce point de vue l'*Allium* se rapprocherait donc de l'*Endymion nutans;* chez ce dernier, toutefois, la division est encore plus précoce, puisqu'elle débute vers la fin de la métaphase.

A. Dehorne a signalé récemment le même phénomène chez les animaux, dans les cellules somatiques de *Sabellaria spinulosa* (¹). Dans cet objet, la division longitudinale serait plus précoce encore que chez *Endymion nutans*. Les deux branches dont nous constatons l'existence à la fin de la métaphase ne se constitueraient pas à ce stade chez *Sabellaria*. Chacun des chromosomes que nous voyons simples chez *Endymion*, à la prophase, et qui ne deviendront bipartites qu'à la fin de la métaphase de la même division, est déjà clivé longitudinalement chez *Sabellaria*, et ce clivage remonte jusqu'à la télophase de la division précédente, de sorte qu'à cette télophase chaque chromosome serait quadripartite.

Dehorne ayant émis l'idée (²) qu'il était infiniment probable que le même phénomène devait se présenter dans les espèces végétales, nous avons porté spécialement notre attention sur ce point. Chez *Endymion nutans* certains aspects pourraient peut-être s'interpréter dans le sens de Dehorne; mais ces aspects sont trop rares et trop peu nets pour qu'il nous ait été possible de nous faire une conviction à ce sujet.

PHYSIOLOGIE ANIMALE. — *Sur le rôle éliminateur des leucocytes.* Note de MM. L. Spillmann et L. Bruntz, présentée par M. Guignard.

Dans une Note précédente (*Comptes rendus*, 3 janvier 1911) nous avons montré que certains leucocytes se comportent vis-à-vis des liquides colorés comme ils le font vis-à-vis d'un grand nombre de substances dissoutes : ils les fixent. Aujourd'hui, nous nous proposons d'étudier le mécanisme de la fixation des couleurs par les globules blancs et aussi la destinée de ces éléments.

Chez l'Homme et chez les animaux sur lesquels nous avons expérimenté (Escargot, Limace, Écrevisse, Grillon, Araignée, Grenouille, Lapin), les

---

(¹) *Comptes rendus* des 9 et 30 mai, 13 juin, 8 août 1910; et *Zoologischer Anzeiger*, 20 septembre 1910.

(²) *Comptes rendus* du 28 novembre 1910.

leucocytes ayant fixé les colorants utilisés (carmin ammoniacal et bleu de méthylène), montrent un corps cellulaire uniformément coloré ; les noyaux demeurent invisibles ou se présentent sous l'aspect d'une tache claire. Jamais le réactif ne se localise, soit dans des vacuoles, soit sur des boules ou des grains de sécrétion ([1]). Le réactif s'attache au corps cellulaire comme il se présente, c'est-à-dire que le colorant ne se concentre pas sur le cytoplasme en le teignant d'autant plus que le contact se prolonge davantage ; les globules sont alors seulement d'autant plus colorés que la concentration de la solution est plus grande.

Le réactif est fixé mécaniquement par les globules et n'est retenu que faiblement, comme on peut s'en assurer en plongeant brusquement dans un fixateur les globules colorés vivants. Les globules meurent alors instantanément, et le colorant, qui imprégnait uniformément le cytoplasme, le quitte pour aller se concentrer sur les noyaux et les teindre énergiquement. La fixation des colorants par les leucocytes est très rapide, surtout chez les Vertébrés, où elle semble même être presque instantanée.

La destinée des globules ayant fixé les réactifs colorés peut être suivie par des numérations de ces éléments et, grâce à la coloration qu'ils présentent, il est possible de les retrouver dans les endroits du corps où ils se rendent.

Aussitôt après une injection de carmin ammoniacal, par exemple, on constate que le nombre des globules blancs circulant dans le sang périphérique diminue rapidement et progressivement pendant un certain temps. C'est le *premier stade d'hypoleucocytose ;* après avoir atteint un nombre minimum, le chiffre de globules augmente insensiblement et dépasse ensuite le nombre primitif, c'est le *second stade d'hyperleucocytose.*

Pendant le stade d'hypoleucocytose, les globules chargés de matières colorantes se rendent, chez l'Écrevisse, dans les branchies où ils s'accumulent dans les interstices laissés par les néphrocytes. Chez la Grenouille et le Lapin, ils se rassemblent surtout dans le foie, dans la rate, les poumons

---

([1]) Chez les Oligochètes (Cuénot, 1898), les amibocytes à granulations, et chez les Echinodermes (Cuénot, 1901), tous les amibocytes excrètent les liquides des injections physiologiques. Cette excrétion est un phénomène glandulaire relativement lent. Le colorant se retrouve sur les boules du cytoplasme et le carmin ammoniacal, par exemple, ne quitte pas les boules au moment de la fixation de ces éléments. Les amibocytes dont nous parlons sont donc absolument comparables aux néphrocytes fixes bien connus chez la plupart des Invertébrés.

et les reins, c'est-à-dire dans des organes d'excrétion ouverts ou renfermant des éléments fonctionnant comme néphrophagocytes (Spillmann et Bruntz, 1909).

Il est probable que les leucocytes abandonnent les produits fixés aux reins ouverts et clos, car ceux-ci se chargent, à leur tour, des réactifs colorés qu'ils excrètent par un mécanisme glandulaire [1]. Les globules peuvent alors rentrer dans la circulation générale accompagnés d'éléments néoformés dont le rôle, au fur et à mesure de leur apparition, est d'achever l'élimination des produits injectés. C'est à ce moment qu'on constate une hyperleucocytose plus ou moins manifeste et plus ou moins durable.

En résumé, les phénomènes d'élimination des substances liquides étrangères à l'organisme s'effectuent en plusieurs phases :

1° Les liquides sont fixés mécaniquement par certaines formes de leucocytes (*Phase de fixation*) ;

2° Les globules blancs transportent les substances fixées à des organes d'excrétion clos ou ouverts (*Phase de transport*) ;

3° Les organes d'excrétion clos ou ouverts s'emparent, par un processus glandulaire, des produits fixés par les leucocytes (*Phases d'excrétion*).

ZOOLOGIE. — *Sur les Crevettes Eucyphotes recueillies en* 1910 *au moyen du filet Bourée, par la* Princesse-Alice. Note de M. **H. Coutière**, présentée par M. E.-L. Bouvier.

Les Eucyphotes recueillis par la *Princesse-Alice* en 1910 proviennent de 18 stations échelonnées entre les parallèles 36 et 45, de part et d'autre du 11e degré W; au large, par suite, des côtes d'Espagne et du Portugal.

Les seuls matériaux recueillis par le chalut consistent en un spécimen du *Pasiphœa tarda* Kr., un *Glyphocrangon* ayant rejeté son estomac au dehors, et quelques spécimens d'*Acanthephyra purpurea* A. M.-Edw.

La presque totalité provient des 12 stations où il a été fait usage du filet Bourée, que sa maille de 1^{cm} permet de tirer à la vitesse relativement élevée de 2^m,50 par seconde. Les résultats sont très nets, comme on peut le voir par la liste des espèces et l'importance numérique de chacune d'elles :

---

(1) En ce qui concerne la phagocytose, Wérigo (1892) a constaté que les leucocytes ayant capturé des substances inertes (grains de carmin) les transportent dans le foie et la rate et les cèdent aux cellules endothéliales, *grâce aux mouvements moléculaires de leur protoplasma.*

	Campagne de 1910.	Total des campagnes précédentes.
Parapasiphæa Grimaldii, n. sp.	2	
Parapasiphæa sulcatifrons Smith	7	2
Pasiphæa sivado Risso	50 env.	10
Pasiphæa princeps Smith	2	
Pasiphæa tarda Kröyw	3	
Notostomus elegans A. M.-E.	1	
Systellaspis debilis A. M.-E.	200 env.	20 env.
Systellaspis echinurus, n. sp.	1	
Acanthephyra purpurea A. M.-E.	100 env.	60 env.
Acanthephyra parvirostris Bate (nec Smith)	1	
Acanthephyra longidens Bate	1	
Acanthephyra duplex Bate	4	1
Ephyrina Hoskynii W. Mason	1	1
Ephyrina Benedicti Smith	2	2
Hymenodora mollis Bate	20	4

Il y a absence totale de *Pandalus*, d'*Heterocarpus*, de *Nematocarcinus* et de Crangonidés abyssaux. Si l'on remarque, d'autre part, que la rareté des *Systellaspis* et des *Acanthephyra* a commencé d'être un peu moindre seulement avec l'usage du filet à grande ouverture, on en vient à la conclusion que ces dernières Crevettes sont vraisemblablement bathypélagiques, et qu'elles ont pu être capturées en aussi grand nombre parce que leur vitesse de déplacement a été suffisamment approchée par celle du filet. Une autre remarque confirme la précédente : c'est que les formes larvaires ou jeunes de ces espèces font totalement défaut ; le filet en vitesse n'a retenu que les adultes pendant sa longue course ascendante (il a été descendu jusqu'à 5000^{m}).

Un certain nombre de ces espèces (*Parapasiphæa* spp., *Ac. duplex*, *Hymenodora mollis*) possèdent dans leurs tissus, surtout dans le volumineux ovaire des femelles, un lipochrome orangé, insoluble dans l'alcool, se rassemblant parfois en quantité notable à la surface du liquide de conservation. Il semble que la légèreté spécifique ainsi acquise supplée à la faiblesse des moyens de locomotion chez ces espèces à carapace molle et papyracée.

Des deux espèces nouvelles recueillies, l'une, *Parapasiphæa Grimaldii*, reproduit, sauf des différences très légères, l'espèce de l'océan Indien, *P. latirostris* Alcock. Mais elle ne possède pas de palpe mandibulaire, annulant ainsi la valeur d'un caractère considéré comme fondamental entre les genres *Pasiphæa* et *Parapasiphæa*. La ressemblance entre les faunes abyssales atlantique et indienne a été notée pour les Pénéides par M. le professeur Bouvier; j'ajouterai que l'*Heterocarpus lævigatus* Alcock est repré-

senté dans l'Atlantique par une forme si voisine que je l'ai distinguée seulement comme var. *occidentalis*.

La seconde espèce, *Systellaspis echinurus*, bien que très éloignée du facies des espèces *S. debilis* et *lanceocaudata*, montre bien quels sont les caractères distinctifs essentiels de ce genre : telson terminé en longue pointe médiane, bord du premier pléosomite présentant une saillie anguleuse, pattes thoraciques avec un épipodite sur la quatrième paire, sans lacinie sur le pleuropodite, dactyles très longs avec pointe articulée (stylopodite), forme spéciale (que j'ai antérieurement décrite) des appendices buccaux. L'espèce paraît dépourvue d'organes lumineux, et son rostre est court.

Enfin j'ai rencontré, sur un des spécimens du *P. Grimaldii* et sur plusieurs de l'*A. purpurea*, des parasites que j'avais vus déjà sur l'*A. pulchra* A. M.-E. et qui semblent très analogues à l'*Ellobiopsis Chattoni* n. gén., n. sp., récemment rencontré par Caullery sur les pièces buccales et les antennes du *Calanus helgolandicus* Claus. Ces parasites se rencontrent surtout sur le bord libre des pièces buccales, en particulier sur le premier maxillipède, où ils alternent avec les épines de l'article distal. Ils ne paraissent pas posséder de cloison transverse, leur enveloppe est épaisse et, au moins sur les exemplaires adultes, chacun des innombrables grains chromatiques est accompagné d'un autre très petit grain, comme s'il s'agissait du noyau et du blépharoplaste de futures flagellispores, ainsi que le suggère Caullery. Ils sont fixés par un simple élargissement de leur extrémité distale, sans tige pénétrant l'appendice de l'hôte.

ENTOMOLOGIE. — *Sur la biologie et la viviparité pœcilogonique de la Mouche des bestiaux* (Musca corvina *Fab.*) *en Afrique tropicale*. Note de M. E. **Roubaud**, présentée par M. E.-L. Bouvier.

On doit à Portchinsky [1] la découverte de variations pœcilogoniques intéressantes chez la Mouche des bestiaux, *Musca corvina* Fab., en Europe. Dans le nord de la Russie cette espèce est constamment ovipare et pond régulièrement 24 œufs, alors qu'en Crimée et dans le sud de la Russie elle donne naissance, à la fin du printemps et en été, à une grosse larve qui accomplit directement à l'intérieur du corps de la mère une grande partie de son évolution, jusqu'au troisième stade de la vie larvaire. Ces variations pœcilogoniques saisonnières et climatériques démontrent que, pour cette espèce, le déterminisme de la viviparité réside bien dans la température. J'ai

[1] Analysé par Osten Sacken : *Berl. Entom. Zeitsch.*, t. XXXI, 1, 1887.

recherché au Dahomey quelles sont les conditions de vie et de reproduction de la même Mouche dans un pays où la moyenne thermique est constamment élevée.

Comme en Europe la Mouche vit à l'air libre, dans la brousse, aux dépens des bestiaux dont elle suce la sueur et les sérosités émanant des plaies et des piqûres. Elle est très avide de sang mais n'étant point pourvue de trompe propre à perforer la peau, elle profite indirectement de celle des espèces vulnérantes, en humant le sang qui vient sourdre aux endroits piqués. Jamais l'insecte ne pénètre à l'intérieur des habitations.

Pour pondre, les femelles recherchent exclusivement les excréments frais des Bovidés, déposés dans les endroits où l'ardeur du soleil peut se faire sentir, en plein air. On les voit alors expulser de leur abdomen une petite larve de 5^{mm} de long, qui s'enfonce immédiatement dans la bouse, et s'envoler. Lorsque la surface de la bouse est légèrement desséchée et durcie, la ponte s'arrête.

La Mouche des bestiaux, en Afrique tropicale, est donc aussi vivipare. Elle l'est d'autre part *toute l'année.* Exceptionnellement, c'est un œuf volumineux, contenant une larve prête à éclore, qui est déposé par expulsion précoce, jamais plusieurs. Il y avait lieu de rechercher, ce que n'a pas fait Portchinsky, quelles sont les conditions anatomiques qui permettent un tel mode de ponte.

L'appareil femelle est construit suivant un type voisin de celui du Mélophage.

Les ovaires se réduisent chacun à une simple paire d'ovarioles pauciloculaires réunis sous un revêtement péritonéal commun, et qui fonctionnent successivement par double alternance. La capacité totale de ponte ne paraît être que de 12 à 16 œufs, qui ne parviennent à maturité que l'un après l'autre, par le même mécanisme que celui que Pratt [1] a décrit chez le Mélophage. A l'encontre de ce qu'on pouvait penser, les glandes annexes, tubulaires et simples, ne sont pas sensiblement plus développées que chez les Mouches ovipares. Leur sécrétion ne peut donc contribuer beaucoup à la nutrition de la larve. Celle-ci se développe dans un utérus dilaté comme chez les Diptères pupipares. L'œuf mûr, de 2^{mm},8 à 3^{mm} de long, descend dans l'utérus pour y éclore, et la larve s'accroît sur place enveloppée par les débris du chorion : elle paraît tirer les éléments de sa croissance principalement de ses propres réserves embryonnaires. A la différence de ce qui se passe chez la forme pœcilogonique d'Europe, la larve est expulsée d'une façon précoce, *à son premier stade :* elle ne subit aucune mue dans l'utérus.

Aussitôt pondue, elle devient coprophage se nourrit très activement, et en 2 jours a terminé sa croissance. Le troisième jour elle cesse de s'alimenter et quitte l'excrément pour se pupifier dans le sol. L'éclosion aura lieu une semaine plus tard.

---

(1) *Zeit. f. Wiss. Zool.*, t. V, 1899, p. 66.

Une femelle peut donner ainsi naissance à une larve tous les 4 jours. La durée de la gestation larvaire proprement dite n'est guère que de 2 jours. Ce qui caractérise, en somme, tout ce développement, c'est sa rapidité même. Il semble que la température accélère ici et abrège les phénomènes qui se passent en Europe pendant la saison chaude.

Or, les expériences montrent que la *Corvina* tropicale est par excellence une Mouche *adaptée aux plus hautes températures biologiques*.

J'ai constaté que l'optimum thermique pour la vie larvaire est voisin de 40° C. Les larves résistent normalement dans leur bouse aux températures maintenues sub-continues à l'étuve de 45°, 50°, voire même 55° C. Elles paraissent même tolérer l'excessive température de 57° C. et ne sont tuées qu'au bout d'une heure à 58° et 60° C.

On pouvait se demander si des femelles, maintenues constamment à une température relativement fraîche, ne tendraient point vers l'*oviparité* comme en Europe.

J'ai maintenu des pupes, et les femelles qui en sont issues, à une moyenne constante de 22°-23° C. au laboratoire. Or, dans ces conditions, quoique abondamment nourries au sucre et au sang, ces femelles n'ont point développé leurs œufs et sont restées *stériles*, en conservant la disposition anatomique fondamentale de la viviparité. Il a fallu *un mois* pour obtenir, avec des maxima de 28° C., un état de maturité d'*un* des ovules, tandis qu'au bout de 9 jours une femelle exposée le jour à des maxima de 35° C. a mûri complètement *deux* ovules.

On voit donc que la viviparité de la *Corvina* tropicale est *une viviparité fixe, qui exige pour se manifester normalement une moyenne minima voisine de* 30° C. Au-dessous de cette température, la reproduction de la Mouche africaine n'est plus possible.

On saisit par l'ensemble de ces données, si on les compare aux observations des auteurs sur la *Corvina* d'Europe, des différences remarquables dans la biologie du même Insecte. La forme africaine tropicale de la Mouche des bestiaux représente une véritable *race géographique*, distincte de l'espèce type d'Europe, quoique morphologiquement semblable à celle-ci, par des besoins thermiques beaucoup plus élevés et une fixité définitive dans un mode de reproduction vivipare typique.

GÉOLOGIE. — *La région volcanique du Forez et ses roches.* Note de M. **Ph. Glangeaud**, présentée par M. A. Lacroix.

Les monts du Forez et le bassin de Montbrison ont été jadis le siège d'une activité volcanique assez considérable sur laquelle plusieurs géologues

(Gruner, Le Verrier) ont déjà attiré l'attention. Mais on n'a signalé jusqu'ici que de simples « pointements de basalte », se faisant jour actuellement soit dans la région granitique et archéenne, soit dans la région oligocène. Aucune recherche n'avait été entreprise sur la nature et les conditions de sortie des laves, sur la constitution des anciens appareils éruptifs et sur leurs coulées, ainsi que sur l'âge, la genèse et les causes de démantèlement de ces anciens volcans.

Cette Note fournira une solution, au moins partielle, à ces diverses questions.

Les affleurements de roches volcaniques, au nombre de plus de 80, sont principalement abondants au nord et à l'ouest de Montbrison. Ils constituent en général des collines de forme conique ou ellipsoïde, quelquefois tabulaires, dominant toujours la région environnante. Elles rappellent certaines collines de la Limagne, surtout celles de la Comté et du Livradois, et sont couronnées souvent, comme ces dernières, par des ruines d'églises ou de châteaux féodaux.

Elles semblent, de prime abord, disséminées sans ordre, et s'échelonnent à des altitudes variées depuis les parties les plus basses de la plaine (altitude 345^{m}) jusque sous l'arête maîtresse de la chaîne forézienne (alt. 1450^{m}).

On ne connaissait jusqu'alors aucun reste de cône éruptif, ni de coulée, aussi Le Verrier et Gruner pensaient-ils que ces collines représentaient des « pointements basaltiques qui n'étaient arrivés au jour que par érosion ».

J'ai constaté, en maints endroits, l'existence de restes notables de *cônes éruptifs* et de *coulées*, ce qui permet d'affirmer que les monts et la plaine du Forez ont possédé jadis de véritables volcans, caractérisés par des cratères et des coulées.

Voici les points les plus typiques que j'ai observés:

A Champs, près Roche, à Fontfroide, près Sauvain, ces cônes sont représentés par des projections stratifiées, mélangées à des roches du soubassement arrachées par les explosions.

Le mont Semiouse (ou Semiol), la colline de Chaudabrit, la Roche Gourgon, constituent des *culots cratériques* manifestes. La colline de Curcieux est la plus typique. Elle comprend une véritable *coupe de lave* de plus de 35^{m} de haut, au milieu de laquelle est logée une *brèche* à éléments volcaniques, gneissiques et oligocènes, rappelant par son aspect et son origine les brèches des célèbres collines du Saut de la Pucelle dans le massif du mont Dore et des Rochers Corneille et Saint-Michel-du-Puy.

On observe des restes de coulées à Champs, à Curcieux, à Chevalière. La coulée du mont Semiouse (la seule signalée), qui est très épaisse, surplombe la vallée du Vézezy; celles de Dissangue, de Sauvain, de Grondris, dominent la vallée du Lignon.

La seconde a près de 2^{km} de long et 25^{m} d'épaisseur; la troisième ne mesure pas moins de 60^{m} de haut.

Elles se sont épanchées jadis dans la vallée du Lignon, car elles reposent sur des alluvions de cette rivière.

Les laves des volcans du Forez sont très variées. Ce sont, en général, des roches basiques, à aspect basaltoïde. Elles sont riches en métasilicates, principalement en *augite*, qui se présente souvent en cristaux, zonés, en sablier, passant au titanaugite. Parfois l'augite en phénocristaux et en microlites forme plus des deux tiers de la roche, qui renferme, en outre, assez abondamment, de l'olivine et de la magnétite. L'ilménite et la biotite sont rares. Les feldspaths n'existent que sous forme de microlites et sont généralement peu abondants ou manquent. Ils oscillent entre l'andésine et l'anorthite. La néphéline existe dans plusieurs laves. Les essais chimiques ont relevé, dans ces dernières, une notable proportion de soude.

Les laves comprennent la série suivante :

1° *Andésilabradorites augitiques* (Montagut);

2° *Labradorites augitiques* (Sagnes, près Marcilly);

3° *Basaltes feldspathiques* (Bussanges, mont Semiouse);

4° *Basaltes normaux* (Marcilly-le-Pavé, Chatelneuf, Éculieux);

5° *Basaltes limburgitiques*, type le plus fréquent (Roc de l'Orme, Quel, Jasserie-du-Renat, Dissangue, Curcieux, Grande Basanne, Grand Genevrier, Job);

6° *Limburgites* (Mont Claret, Signal-de-Boën, Puy-Grillot, Saint-Romain-le-Puy);

7° *Téphrites à olivine* (Gouttelas, Sauvain, monts d'Uzore);

8° *Basaltes à grands microlites feldspathiques* (un seul temps) ayant des rapports, d'une part, avec les *dolérites* du type de celle du Plateau du Broc (Limagne) et, d'autre part, par leur *structure ophitique* et *microlitique*, avec les basaltes demi-deuil du mont Dore (Saint-Georges-en-Couzan, Mourières).

Certaines laves sont riches en *zéolites*.

On pensait que le versant oriental du Forez présentait seul des collines volcaniques. En réalité, les *deux versants ont été volcaniques*, mais à des degrés divers, car le versant occidental ne possède qu'une dizaine d'affleurements basaltiques. Il faut noter toutefois que les éruptions se sont propagées plus au Nord, sur ce versant, jusqu'aux environs de Vichy et de Cusset. Les célèbres sources de Vichy semblent avoir pris naissance à la suite de ces éruptions. J'ai observé des sources minérales et des dégagements abondants d'acide carbonique dans la région montagneuse jusqu'à 1000^{m} d'altitude (Chorsin, Saint-Just).

Quelle que soit leur position géographique, les dykes et les cônes éruptifs sont alignés, en général (Le Verrier) le long de diaclases anciennes NO, réouvertes au Tertiaire. Quelques collines des bords de la plaine du bassin de Montbrison sont situées sur des fractures tertiaires NS. Les monts d'Uzore offrent les deux groupes de fractures superposées remplies par des dykes de téphrite.

Il est difficile de fixer l'âge des éruptions d'une façon précise. Les coulées de Sauvain, de Grandris, Dissangue reposent sur des alluvions du Lignon, dominant de 200^{m} la vallée actuelle. Celles du mont Semiol ont une situation analogue par rapport à la vallée du Vizezy.

Le démantèlement si considerable de ces volcans, leur rabotement dans la péné-

plaine des hauteurs, permettent de penser qu'ils ont été détruits en grande partie par l'érosion torrentielle, mais surtout par les glaciers. Ils sont donc au moins antérieurs au Pliocène supérieur. Leur édification remonte peut-être au Miocène, comme celle de la plupart des volcans de la Limagne.

L'activité volcanique dans la région forézienne semble bien en relation avec les tassements qui se produisent au pied de la chaîne montagneuse, au Miocène et au Pliocène. Il est manifeste que l'ampleur des phénomènes volcaniques est précisément beaucoup plus grande sur le versant oriental que sur le versant occidental, par le fait que les territoires effondrés sont plus étendus à l'Est (grand bassin de Montbrison) qu'à l'Ouest (petit bassin d'Ambert).

En résumé, le Forez (monts du Forez, plaine du Forez ou de Montbrison) forme une région dans laquelle l'activité volcanique a édifié, au Miocène ou au Pliocène ancien, plus de 80 volcans ayant donné des laves variées, offrant de nombreux rapports avec celles de la Limagne et parfois avec celles du mont Dore et du Velay. Les restes de ces volcans donnent une faible idée de leur importance primitive, car ils ont été profondément démantelés.

M. **Charles Sibillot** adresse une Note sur la *Rigidification des dirigeables*.

(Renvoi à la Commission d'Aéronautique.)

A 4 heures et quart, l'Académie se forme en Comité secret.

COMITÉ SECRET.

La Section de Physique, par l'organe de son doyen, M. *Lippmann*, présente la liste suivante de candidats à la place vacante, dans la Section de Physique, par le décès de M. *Gernez* :

En première ligne. . . . . Mme **Curie**

En seconde ligne, par ordre alphabétique. . . . . . . MM. **D. Berthelot**, **Branly**, **A. Broca**, **A. Cotton**, **Pérot**.

Sur la proposition de plusieurs membres, l'Académie décide d'adjoindre à cette liste le nom de M. **Marcel Brillouin.**

Les titres de ces candidats sont discutés.

L'élection aura lieu dans la prochaine séance.

La séance est levée à 7 heures et quart.

G. D.

ERRATA.

—

(Séance du 3 janvier 1911.)

Note de M. *Bertin*, Lois générales du mouvement accéléré ou retardé du navire consécutif à un changement de puissance du moteur :

Page 21, équation (13), *lire :*

$$x = 47{,}2\,P^{\frac{1}{3}} \log \frac{V_1^3 - V_0^3}{V_1^3 - v^3}. \tag{13}$$

Page 21, ligne 3 en remontant, *au lieu de* D'après, *lire* Dans.
Page 22, équation (16), l'exposant de P est $\frac{1}{3}$ *au lieu de* $\frac{1}{8}$.
Page 22, équation (17), *au lieu de* V'_1, *lire* V_1.
Page 22, équation (19), *lire :*

$$e^{-0{,}0488\,P^{-\frac{1}{8}}x} = \frac{V_1^3 - \left(\frac{dx}{dt}\right)^3}{V_1^3 - V_0^3}. \tag{19}$$